A, B $\left[\begin{array}{l} c(A) \leq c(B) \iff \\ \iff \exists f : A \to B \text{ INIETTIVA} \end{array} \right.$

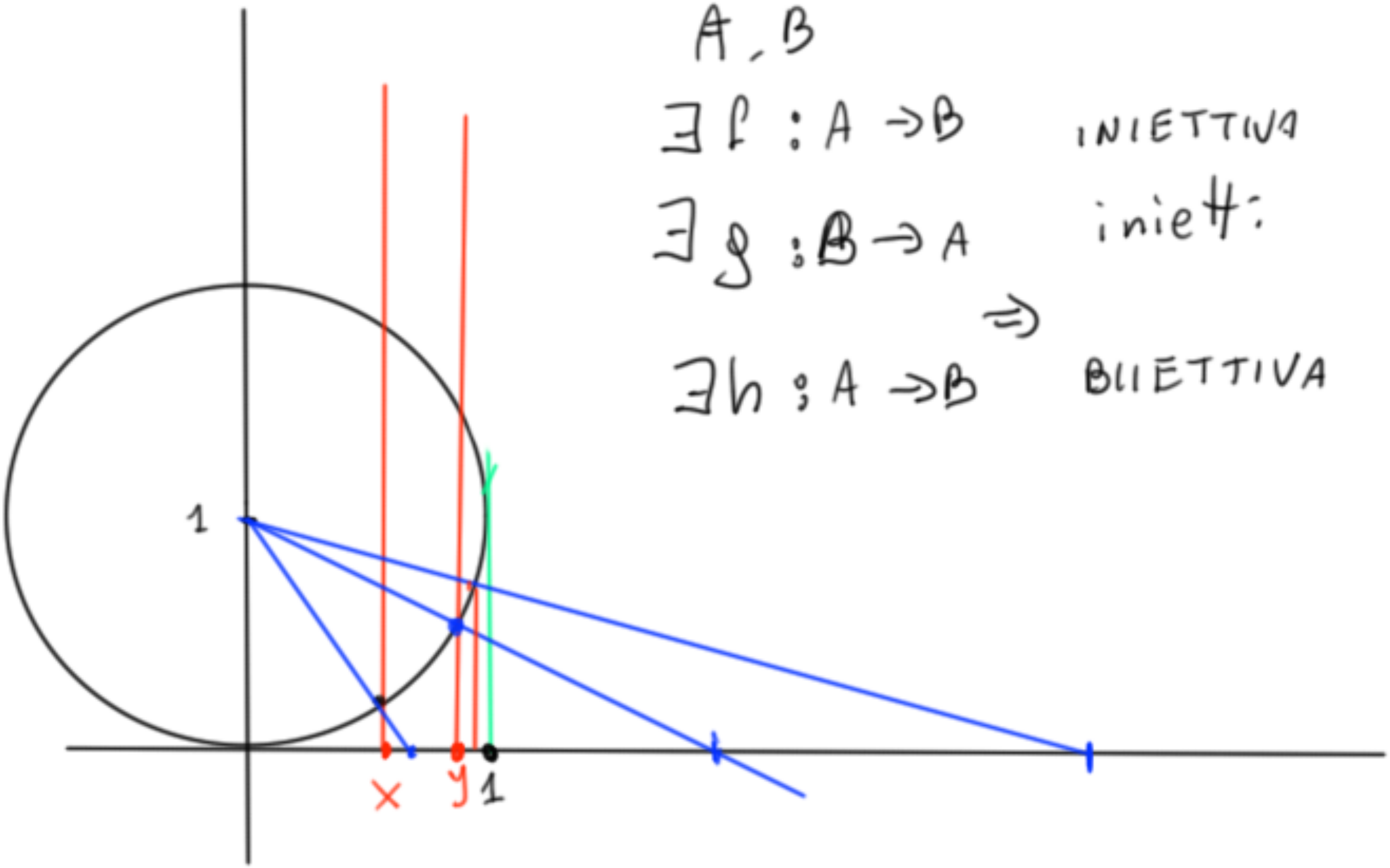
$c(A) < c(B) \iff c(A) \leq c(B)$ &

& $c(A) \neq c(B)$

$c(\mathbb{R}_{[0,1)}) = c(\mathbb{R}^{\geq 0})$

$\Updownarrow =$

$c(\mathbb{R}_{(-1,1)}) = c(\mathbb{R})$



A, B

$\exists f : A \to B$ INIETTIVA

$\exists g : B \to A$ iniett:

$\Rightarrow$

$\exists h : A \to B$ BIIETTIVA

$\mathbb{R}_{[0,1)} \simeq \mathbb{R}^{\geq 0}$

$$c(\mathbb{N}) < c(\mathbb{R})$$

$$c(\mathbb{N}) < c(\mathbb{R}_{[0,1)}) = c(\mathbb{R})$$

$x \in \mathbb{R}_{[0,1)}$ $\qquad$ $\varphi : \mathbb{N} \to \{0,1\}$

$$\{\varphi \mid \varphi : \mathbb{N} \to \{0,1\}\} -$$

$$- \{\psi \mid \psi : \mathbb{N} \to \{0,1\} \ \& \ \exists k \ \forall j \geq k \ \psi(k) = 1$$

$xyz8999 - \cdots$

$xyz9000 \cdots$

$$\varphi : \mathbb{N} \to \{0,1\}$$

$$0.\varphi_0\,\varphi_1\,\varphi_2 \cdots$$

$$0.11111 \cdots 1 \cdots$$

$$\simeq \quad 1$$

SUPPONIAMO PER ASSURDO CHE

$\mathbb{R}_{[0,1)}$ sia numerabile

Φ l'insieme delle sequenze

$\varphi : \mathbb{N} \to \{0,1\}$ NON È NUMERABILE

PER ASSURDO SUPPONIAMO

CHE $c(\Phi) = c(\mathbb{N})$

$\exists\ \alpha : \mathbb{N} \to \Phi$ biiettiva

α^0 $\qquad\qquad$ $\alpha(0)$

α^1

$\vdots$

α^k

$\vdots$

$$
\begin{array}{c|ccccc}
\alpha^0 & \alpha^0_0 & \alpha^0_1 & \alpha^0_2 & \alpha^0_3 & \cdots \\
\alpha^1 & \alpha^1_0 & \alpha^1_1 & \alpha^1_2 & \alpha^1_3 & \\
\alpha^2 & \alpha^2_0 & \alpha^2_1 & \alpha^2_2 & \alpha^2_3 & \\
\vdots & & & & & \\
\alpha^k & & & & & \alpha^k_k
\end{array}
$$

$$\tau : \mathbb{N} \to \{0,1\} \quad \tau_i = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{se } \alpha^i_i = 0 \\ 0 & \text{se } \alpha^i_i = 1 \end{array} \right] \; \tau_i = \overline{\alpha^i_i}$$

MA ovviamente NON $\exists_j \; \tau = \alpha^j$

SUPPONETE CHE $\exists k \;\; \tau = \alpha^k$

$\tau_k = \alpha^k_k$ ma $\tau_k = \overline{\alpha^k_k}$ ASSURDO

$\forall A \; \exists B \quad c(A) < c(B)$

$\mathcal{C} = \{ p \mid p$ è un programma scritto in $\mathcal{C} \}$

$c(\mathcal{C}) = c(\mathbb{N})$

A un insieme di simboli

$A^* = \{ \sigma \mid \sigma$ è una stringa finita di elementi in $A \}$

A^* È NUMERABILE

$\mathbb{Q}^{\geq 0}$

$\frac{m}{n}$ $n > 0$ $\frac{m}{n}$ È RIDOTTA AI MINIMI TERMINI

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q} \Leftrightarrow \frac{qm}{nq} = \frac{pn}{nq} \Leftrightarrow qm = pn$$

$$\underset{\mathbb{N}\times\mathbb{N}^{>0}}{(m,n)} \sim \underset{\mathbb{N}\times\mathbb{N}^{>0}}{(p,q)} \Leftrightarrow qm = pn$$

$$\mathbb{N}\times\mathbb{N}^{>0}/\sim \; = \mathbb{Q}^{\geq 0}$$

$$[(m,n)]_\sim + [(p,q)]_\sim = [(mq+np, n\cdot q)]_\sim$$

$\emptyset \in \mathbb{Q}$ $[(0,m)]_\sim$

equal

sum

diff

$\vdots$

$[(m,n)]_\sim \cdot [(p,q)]_\sim =$

$[(m\cdot p, n\cdot q)]_\sim$

$\langle A, \sqsubseteq \rangle$ A finito $A \neq \emptyset$

DIM PER INDUZIONE SULLA CARDINALITÁ DI A che A ha almeno un MASSIMALE

BASE $c(A) = 1$ OVVIO

SUPPONIAMO IL TEOR VERO PER OGNI B $c(B) = n$

DIMOSTRIAMO CHE VALE PER OGNI D CON $c(D) = n+1$

sia D t.c. $D = B \cup \{x\}$ con $c(B) = n$ e $c(D) = n+1$

PER IPOT. IND, B ha (almeno) un massimale M

1) $M < x \longrightarrow x$ É MASS. PER D

2) $x \leq M \longrightarrow M$ É MASS PER D

3) x e M NON SONO CONFRONTABILI $\rightarrow$ M MASS per D