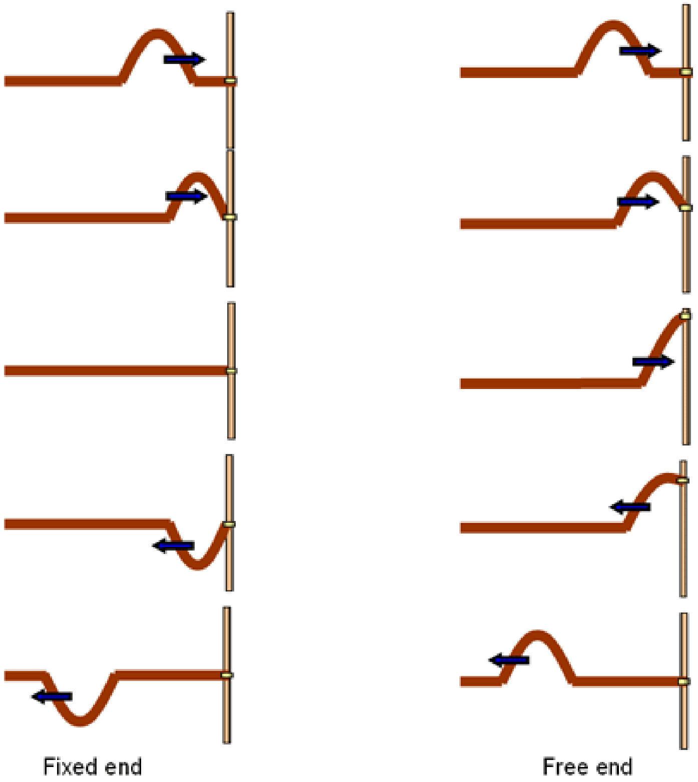
Luce e onde elettromagnetiche

- Rappresentazione classica

- Rappresentazione quantistica→ dualità onda/particella.

La rappresentazione classica è sufficiente per descrivere la maggior parte dei fenomeni che verremo a considerare.

Onda: perturbazione che si propaga nello spazio



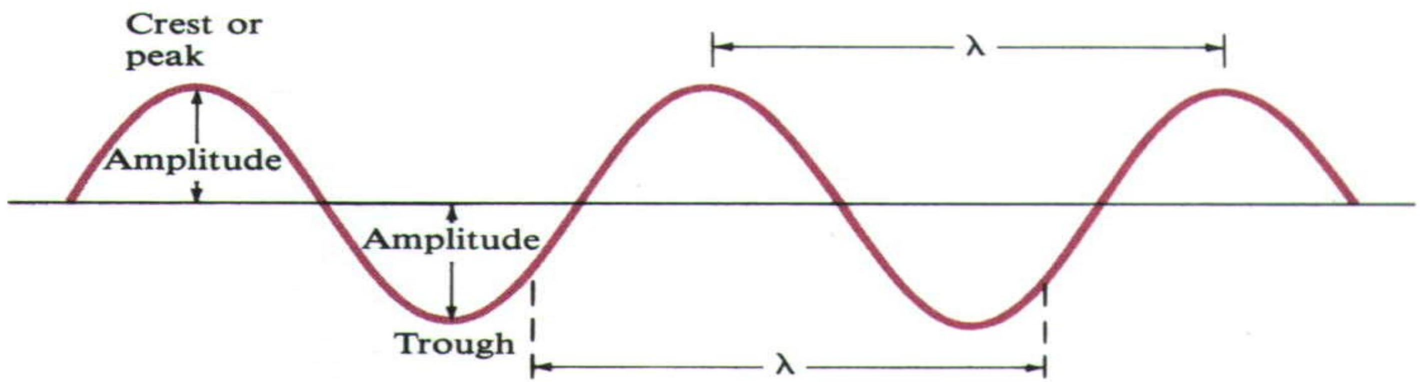
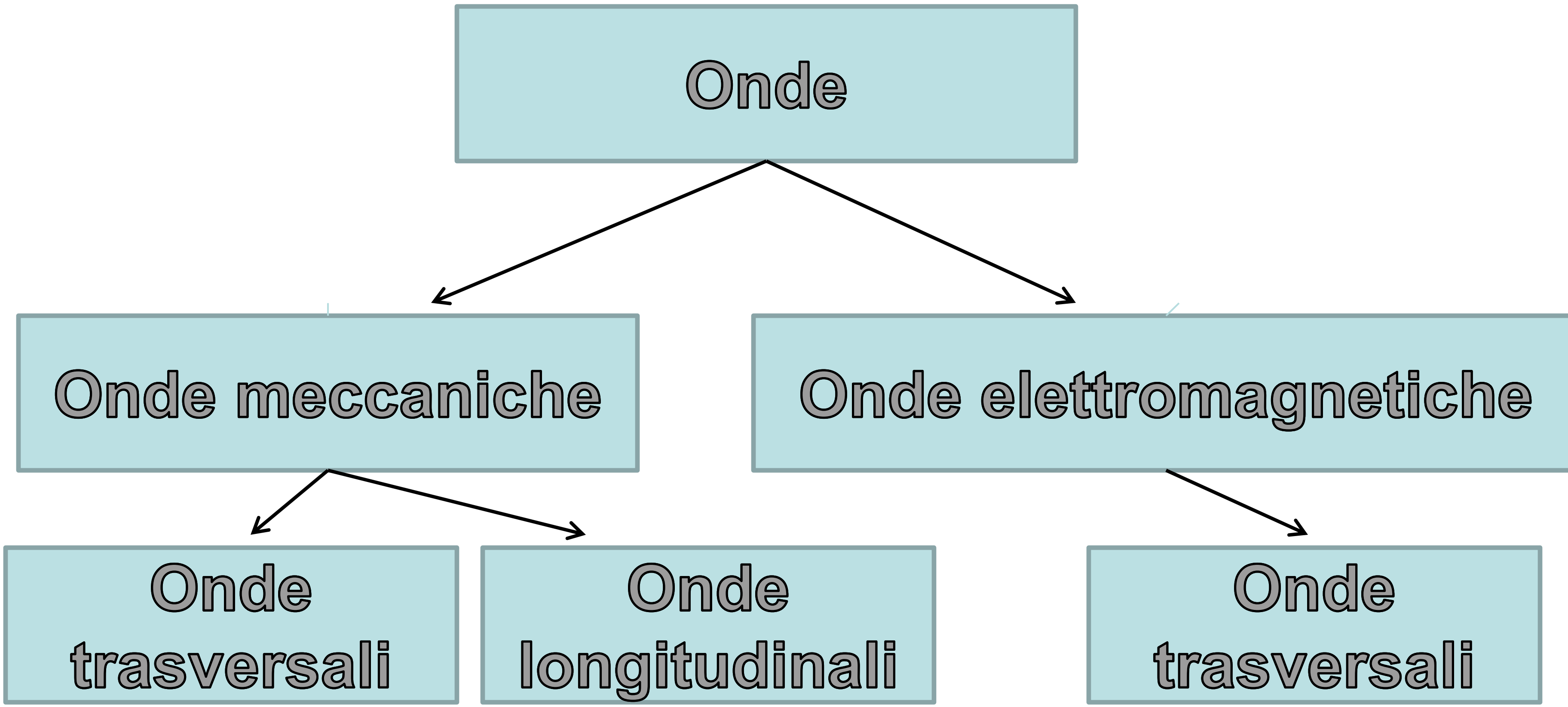


FIGURE 11–17 Characteristics of a single-frequency continuous wave.

- La ampiezza è la massima vibrazione dalla sua posizione di equilibrio.
- La lunghezza d'onda (λ) è la distanza minima tra due punti che sono in fase.
- La frequenza (f) è il numero di complete oscillazioni fatte in un secondo.
  Unità : *Hz*
- Il periodo (T) è il tempo relativo ad una oscillazione completa. E' relativo alla frequenza da $T = 1/f$
  Unità : s

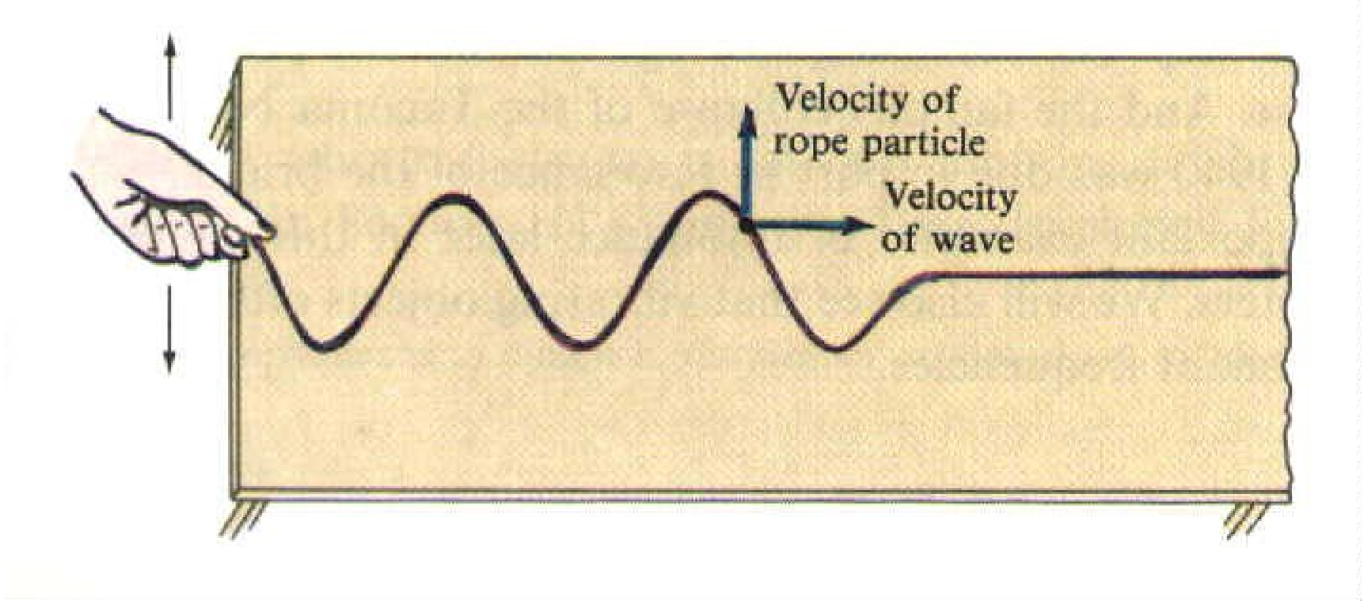
Tipo di onde

Le Onde sono classificate in diversi tipi a seconda della loro natura :



Onde trasversali

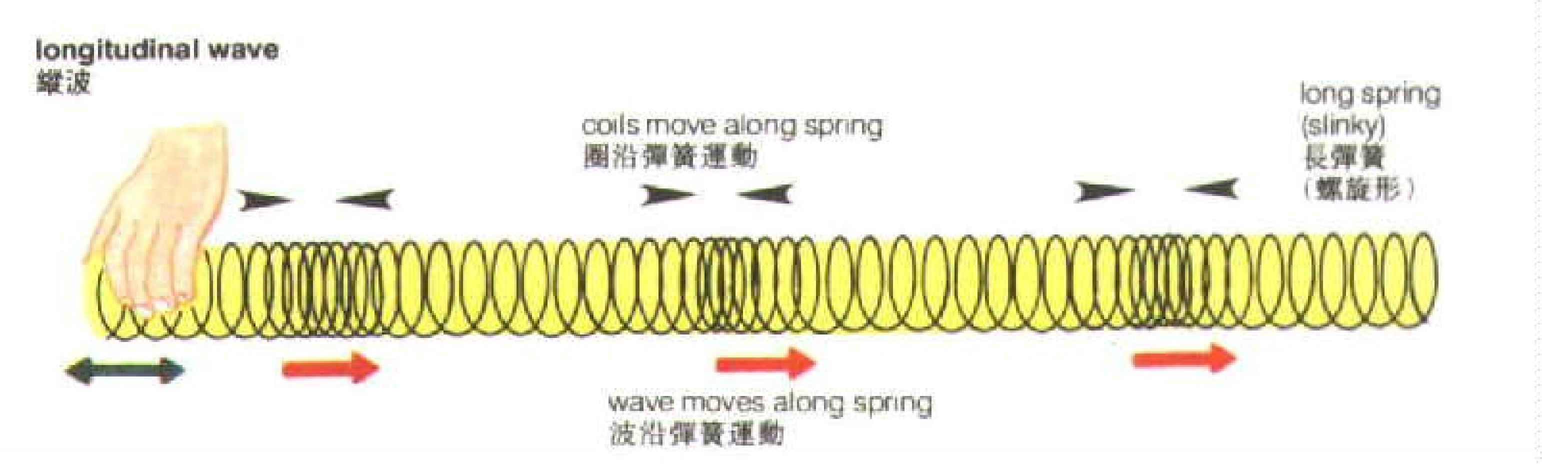
- La forma d'onda ha la forma di una funzione seno.
- Un'onda in cui i movimenti delle particelle della materia sono perpendicolari alla direzione della propagazione dell'onda.



Onde longitudinali

I movimenti delle particelle materiali sono nella stessa direzione dell’onda di propagazione.

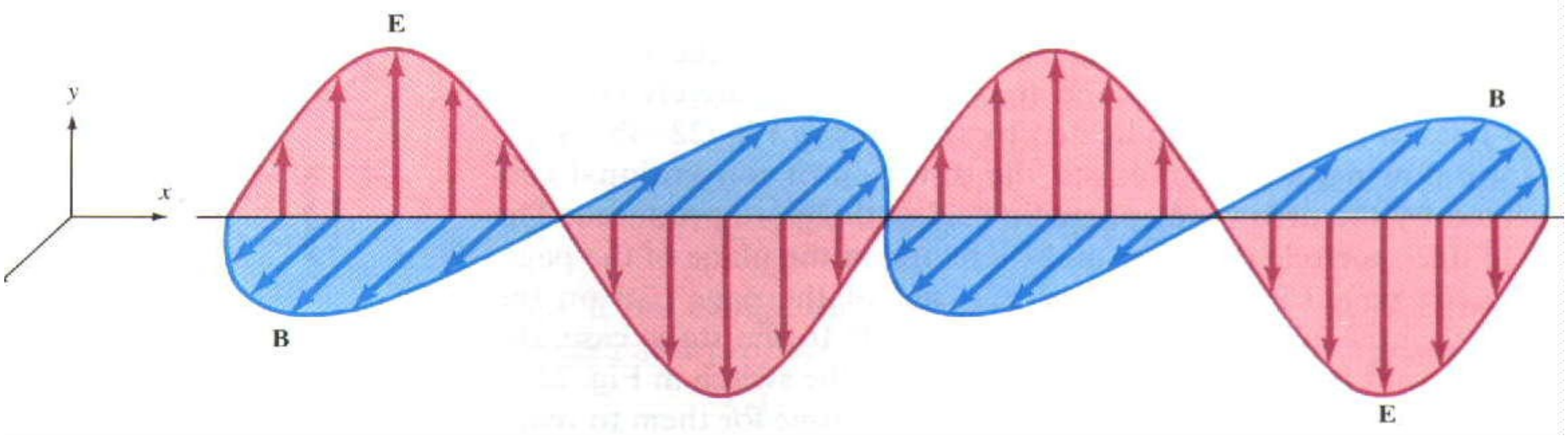
Il suono, o una molla che oscilla avanti e indietro



Onde elettromagnetiche

- Non è necessario un mezzo per la propagazione

  Le onde elettromagnetiche viaggiano nel vuoto
- Distorsione del campo elettrico e magnetico che viaggia attraverso lo spazio.
- Le onde elettromagnetiche sono tutte onde trasversali



Raggi X, onde radio, micro-onde,ecc…

Rappresentazione classica di un'onda Elettromagnetica
(Onda polarizzata)

$E_y = E_0 \sin(kx-\omega t)$

$B_z = B_0 \sin(kx-\omega t)$

$E = E_y \underline{y} + B_z \underline{z}$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\upsilon}$$

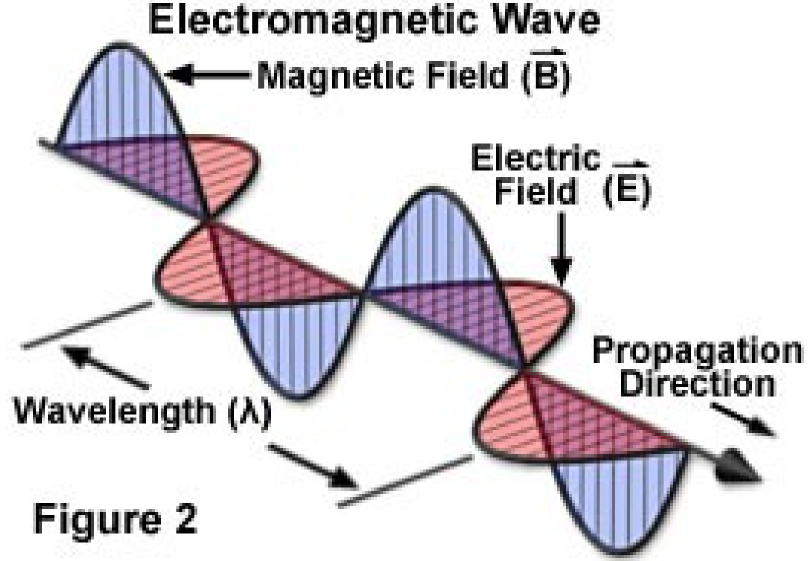
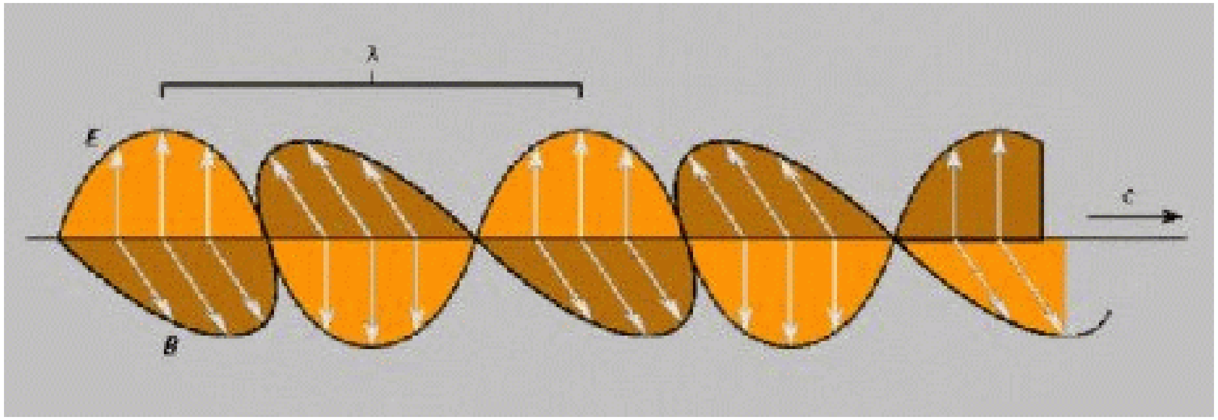
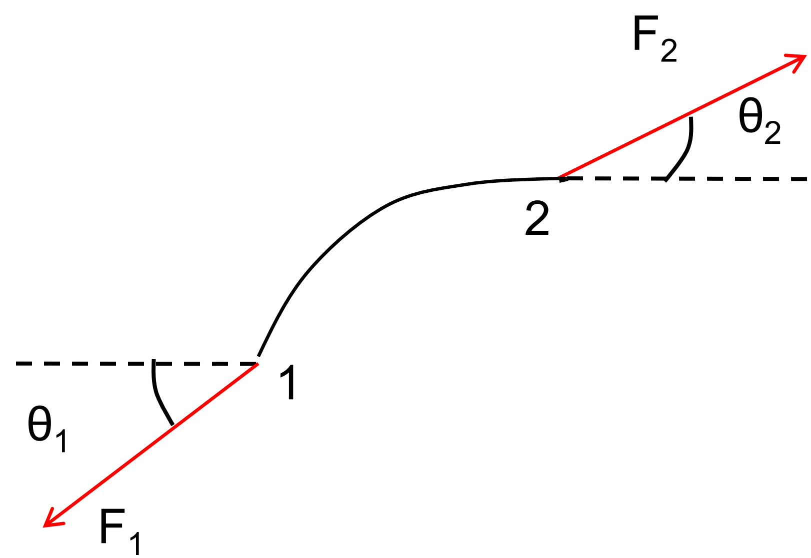


Figure 2

Il campo elettrico è sempre ortogonale al campo magnetico



Equazione delle onde dalla legge di Newton



$$|\boldsymbol{F}_1| = |\boldsymbol{F}_2| = |\boldsymbol{F}|$$

$$\sum F_y = F_{y1} + F_{y2} =$$
$$-F\sin\theta_1 + F\sin\theta_2 = F(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$\sin\theta_1 \approx \tan\theta_1 \approx \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_1$$

$$\sin\theta_2 \approx \tan\theta_2 \approx \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_2$$

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_2 - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_1 = \Delta\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\Delta\frac{\partial y}{\partial x}}{\Delta x}\Delta x = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)\Delta x = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x$$

$$\sum F_y = F\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x$$

$$\mu = \frac{M}{L} \qquad m = \Delta x\, \mu$$

$$\sum F_y = ma_y = m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \Delta x\, \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$F\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x = \Delta x\, \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x = \frac{\Delta x\, \mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Le equazioni di Maxwell

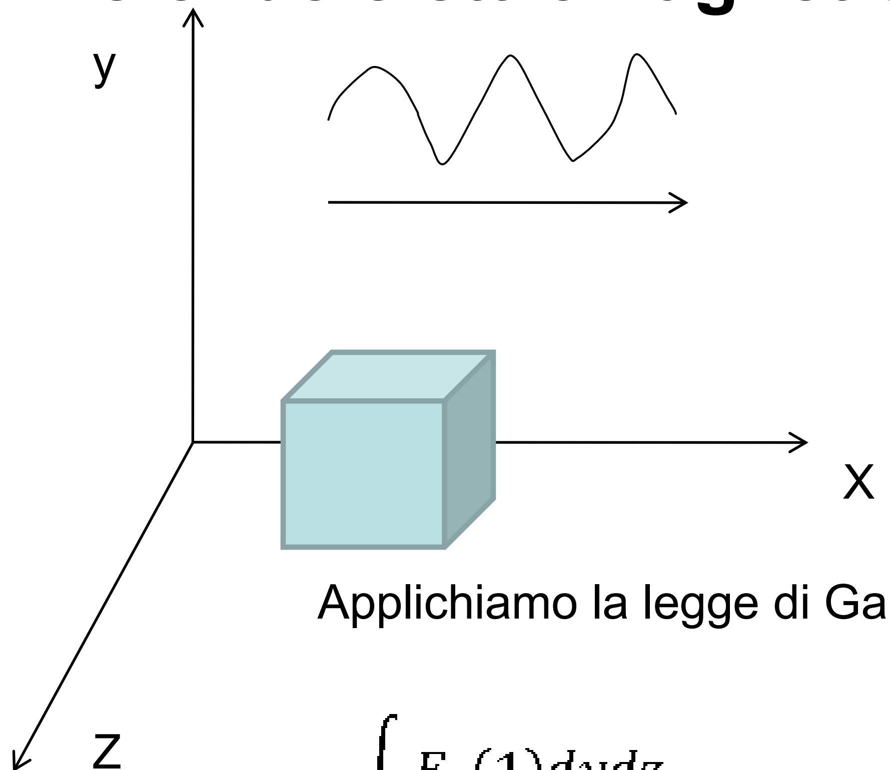
$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$ → Legge di Gauss

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot dS = 0$$ → Legge di Gauss per il campo magnetico

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt}\int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$ → Legge di Faraday

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 \sum I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt}\int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{S}$$ → Legge di Ampère corretta

Le onde elettromagnetiche sono trasversali



Applichiamo la legge di Gauss sulla superficie cubica

$$-\int E_x(1)dydz + \int E_x(2)dydz + \int E_y(3)dxdz + \int E_x(4)dxdy - \int E_z(5)dydz + \int E_z(6)dxdz = 0$$

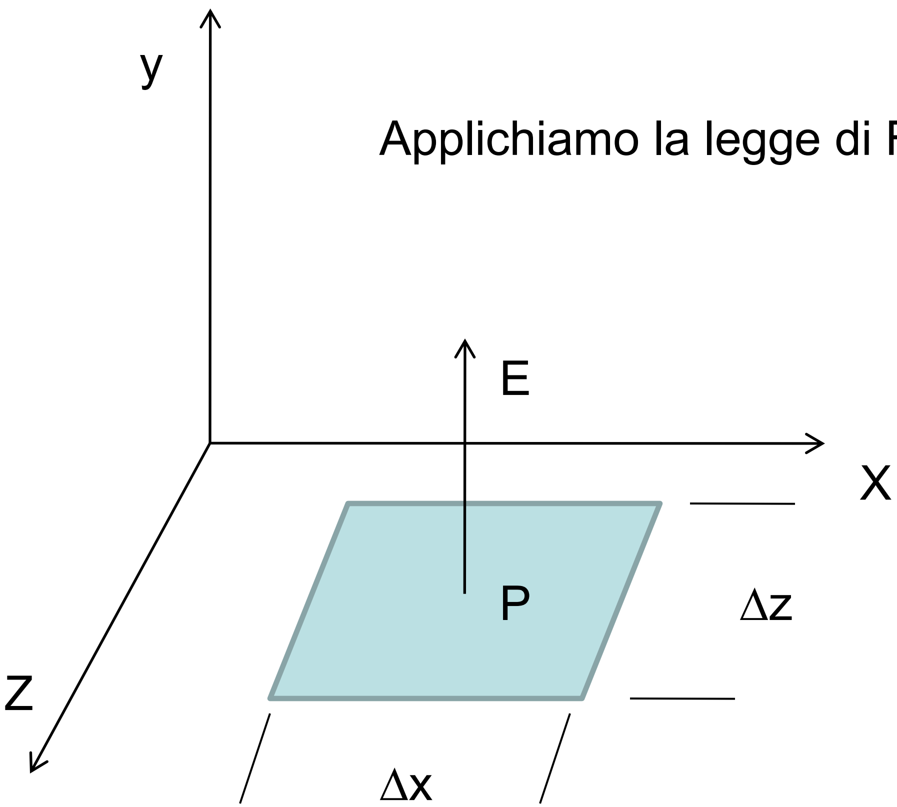
$$-\int E_x(1)dydz + \int E_x(2)dydz = 0$$

$$-\int E_x(1)dydz + \int E_x(2)dydz = 0$$

$$E_x(1) = E_x(2)$$

Dovendo per forza dipendere da x, significa che $E_x=0 \rightarrow$ cioè l'onda è trasversale: non ha una componente nella direzione di propagazione.

I campi E e B sono perpendicolari tra loro



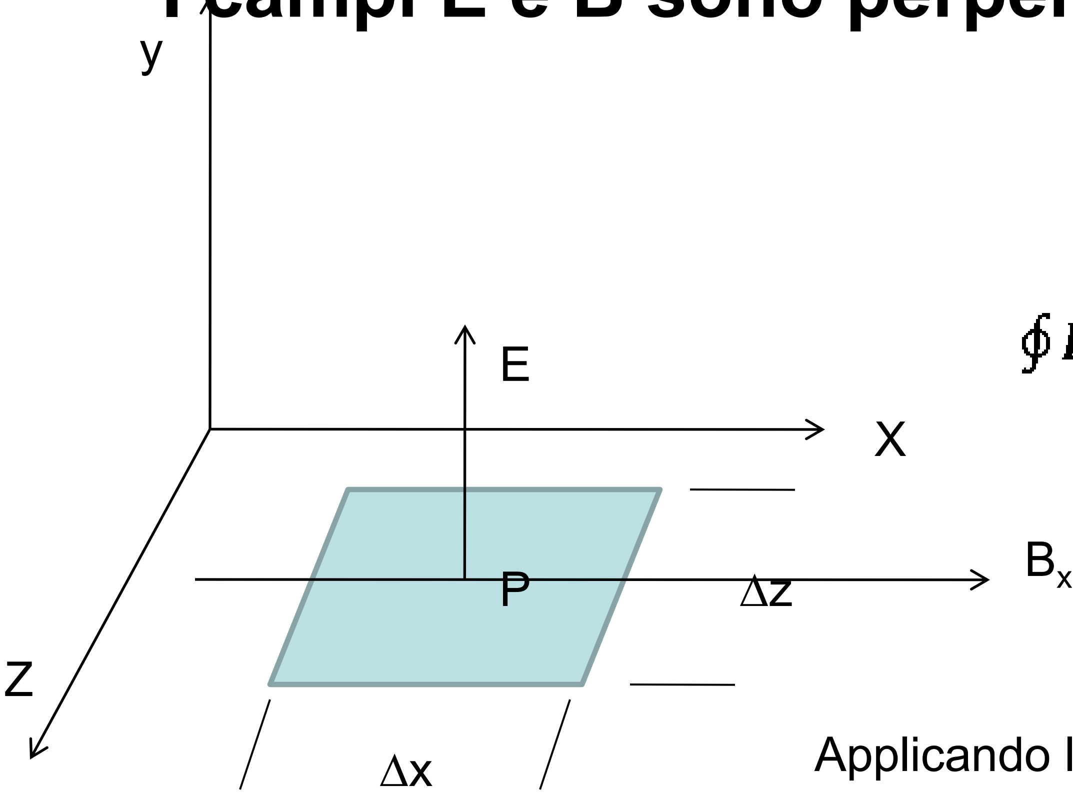
Applichiamo la legge di Faraday sulla superficie quadrata

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt}\int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$

E è ortogonale a dl quindi il loro prodotto scalare è zero.

$$\frac{d}{dt}\int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = \boldsymbol{0} \Longrightarrow \frac{d}{dt}\int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = \Delta x \Delta z \frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B}_y \Longrightarrow \mathbf{B_y}=0$$

I campi E e B sono perpendicolari tra loro

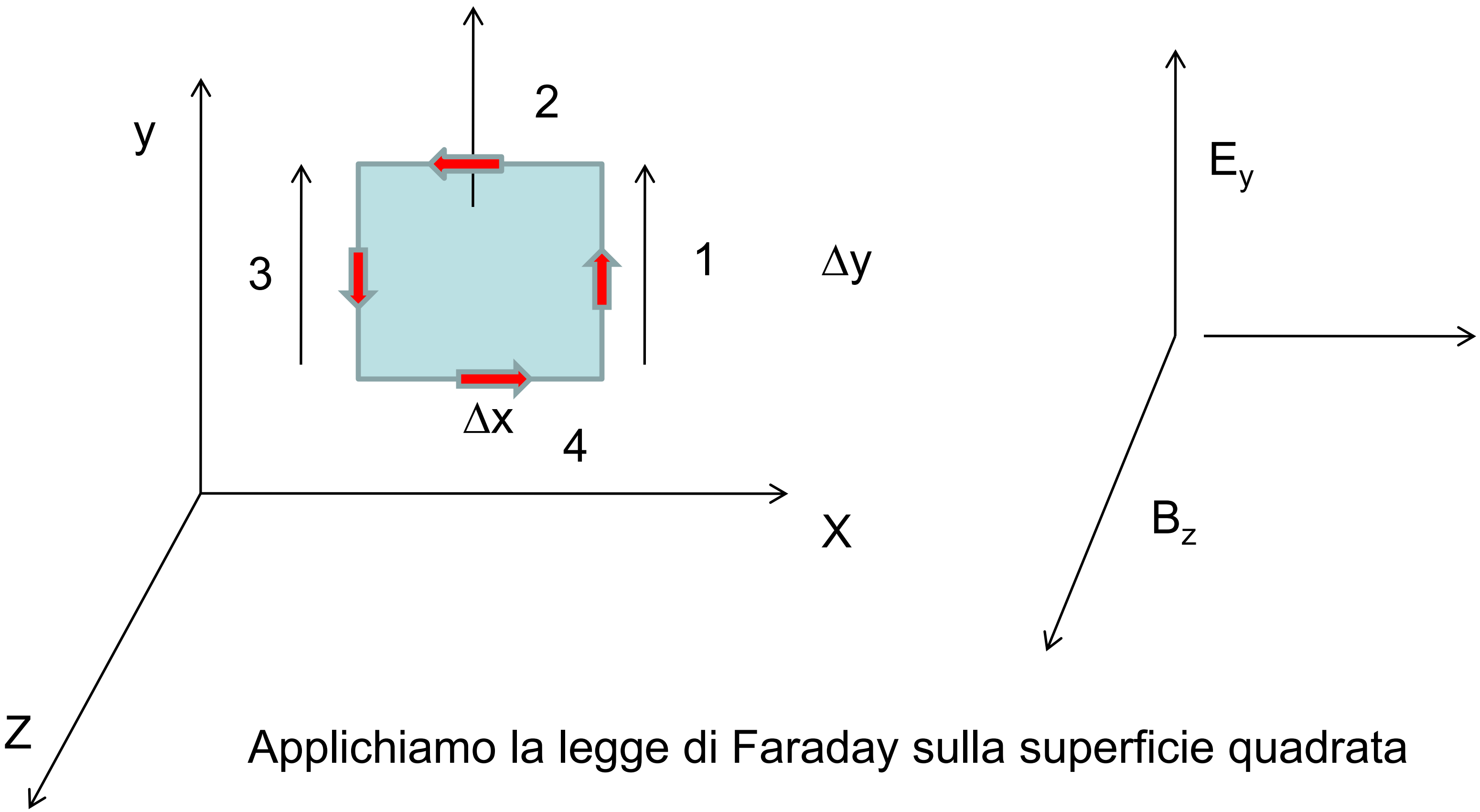


$$\oint \boldsymbol{B} \cdot dS = 0$$

Applicando la legge di Gauss a B_x e alla superficie B_x=0

Quindi c'è solo la componente B_z che è ortogonale a E_y

L'equazione delle onde



Applichiamo la legge di Faraday sulla superficie quadrata

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt}\int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = \int E(1) \cdot dl_1 + \int E(2) \cdot dl_2 + \int E(3) \cdot dl_3 + \int E(4) \cdot dl_4$$

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = \int E(1) \cdot dy - \int E(3) \cdot dy = [\ E(1) - E(3)]\Delta y$$

$$[\ E(1) - E(3)] = \frac{[\ E(1) - E(3)]}{\Delta x}\Delta x \approx \frac{\partial E_y}{\partial x}\Delta x$$

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = \frac{\partial E_y}{\partial x}\Delta x\Delta y \qquad\qquad \int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} \approx B_z\,\Delta x\Delta y$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x}\Delta x\Delta y = -\frac{\partial B_z}{\partial t}\Delta x\Delta y$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

Analogamente facendo lo stesso ragionamento con la legge di Ampère si ha:

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

Derivando entrambe le equazioni:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \Longrightarrow \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t}$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \Longrightarrow \frac{\partial \partial B_z}{\partial t \partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

Combinando le due equazioni si ottengono:

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}} \qquad \boxed{\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}}$$

$$E_y = E_0 \sin(k_e x - \omega_e t)$$

$$B_z = B_0 \sin(k_b x - \omega_b t + \varphi)$$

Sostituendo nella equazione delle onde si ha:

$$k_e E_0 \cos(k_e x - \omega_e t) = k_b c B_0 \cos(k_b x - \omega_b t + \varphi)$$

Perché ci sia uguaglianza le costanti devono essere uguali e allora si ottiene che:

$$E_0 \cos(kx - \omega t) = cB_0 \cos(kx - \omega t)$$

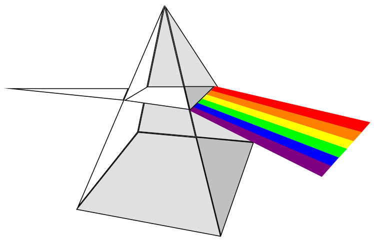
$$E_0 = cB_0$$

$$E_y = \mathrm{E}_0 \cos(kx - \omega t)$$

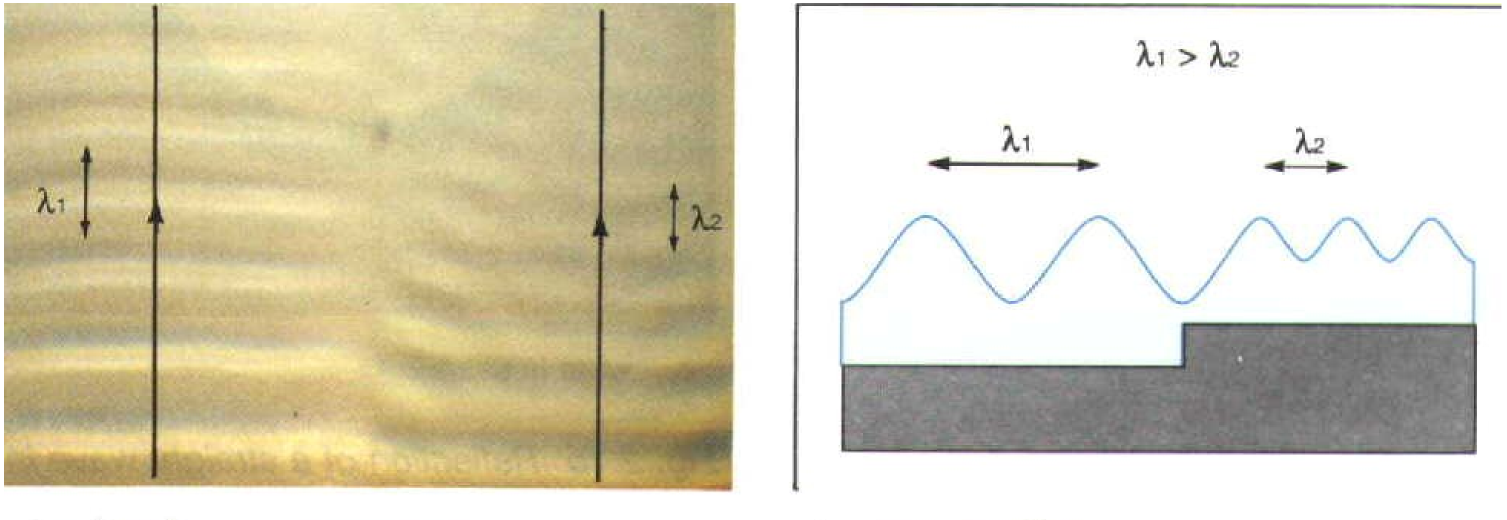
$$B_z = \mathrm{B}_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$E_y = cB_z$$

Rifrazione delle onde



- La velocità delle onde in acqua aumenta con la profondità. Questo cambio in velocità è accompagnato dalla rifrazione.

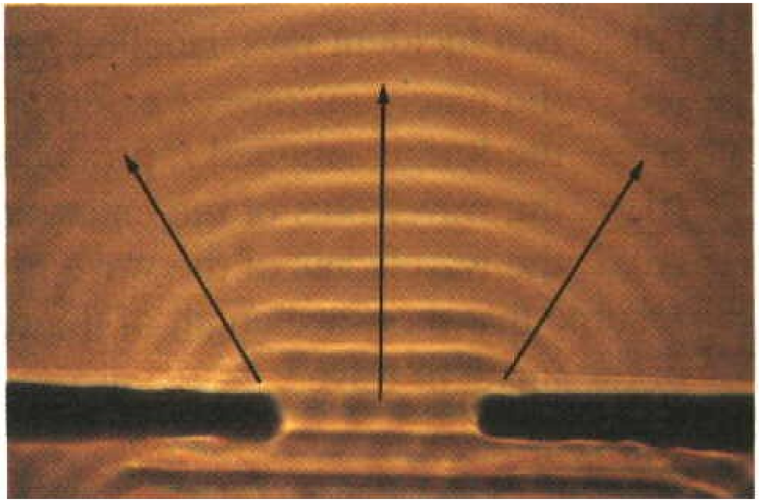
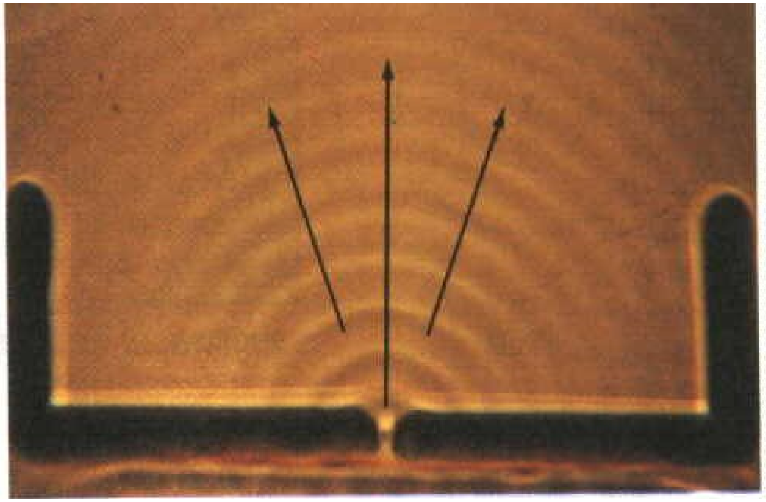


a. top view b. cross-section

Questo effetto è una conseguenza dell'equazione delle onde, $v = \nu\lambda$.
Poiché ν è costante, una diminuzione in velocità produce una diminuzione in λ.

Diffrazione delle onde

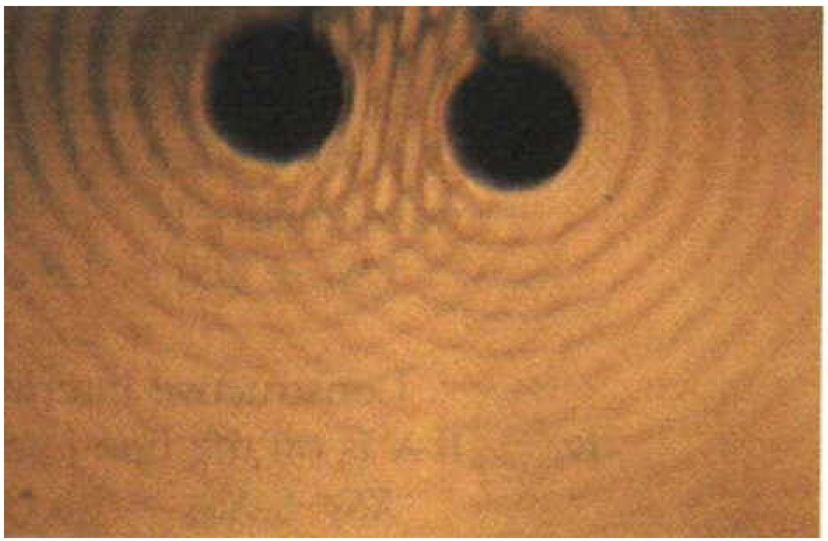
Quando una onda colpisce un ostacolo, i fronti d’onda girano attorno ai bordi e diventano curvi.
Questo fenomeno è relativo alla **diffrazione**

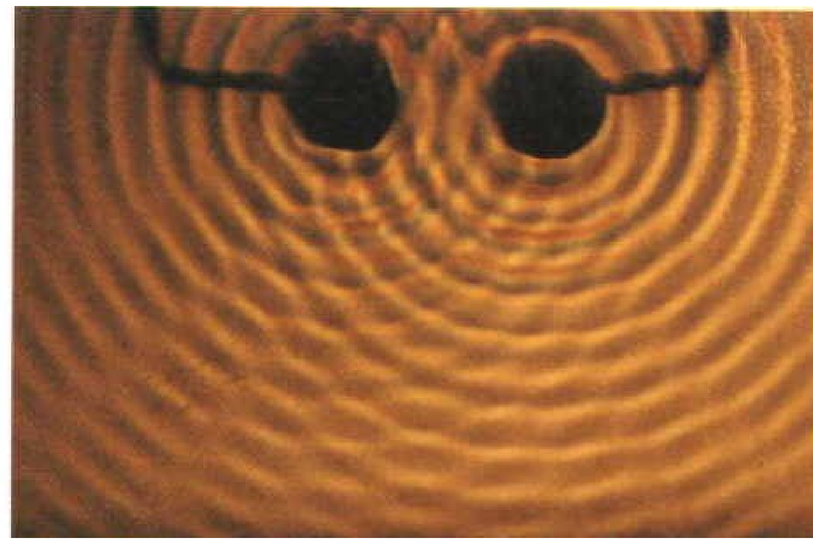
 

La lunghezza d’onda non cambia nella diffrazione

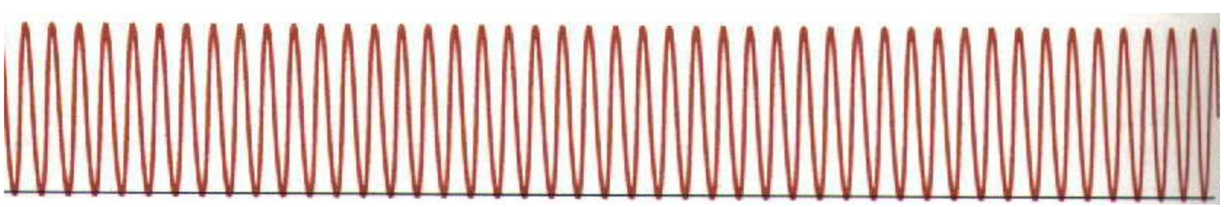
Interferenza delle onde

Quando due o più onde che si propagano nello stesso mezzo si incontrano nello stesso punto c’è l’effetto di interferenza.





=



+

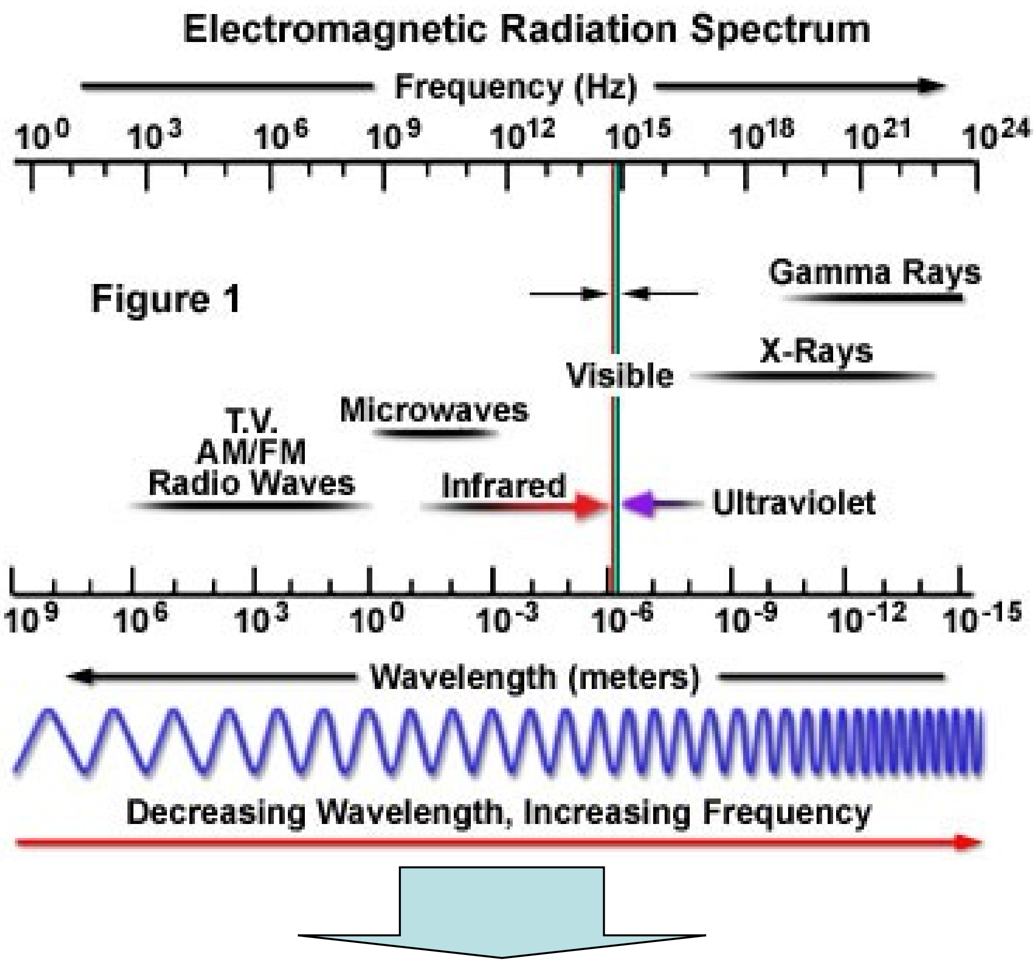


Figure 1

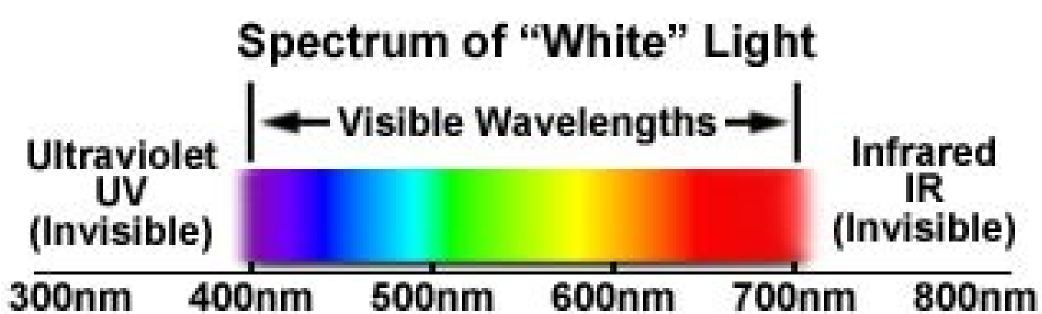


Figure 2

Rappresentazione classica di una onda elettromagnetica

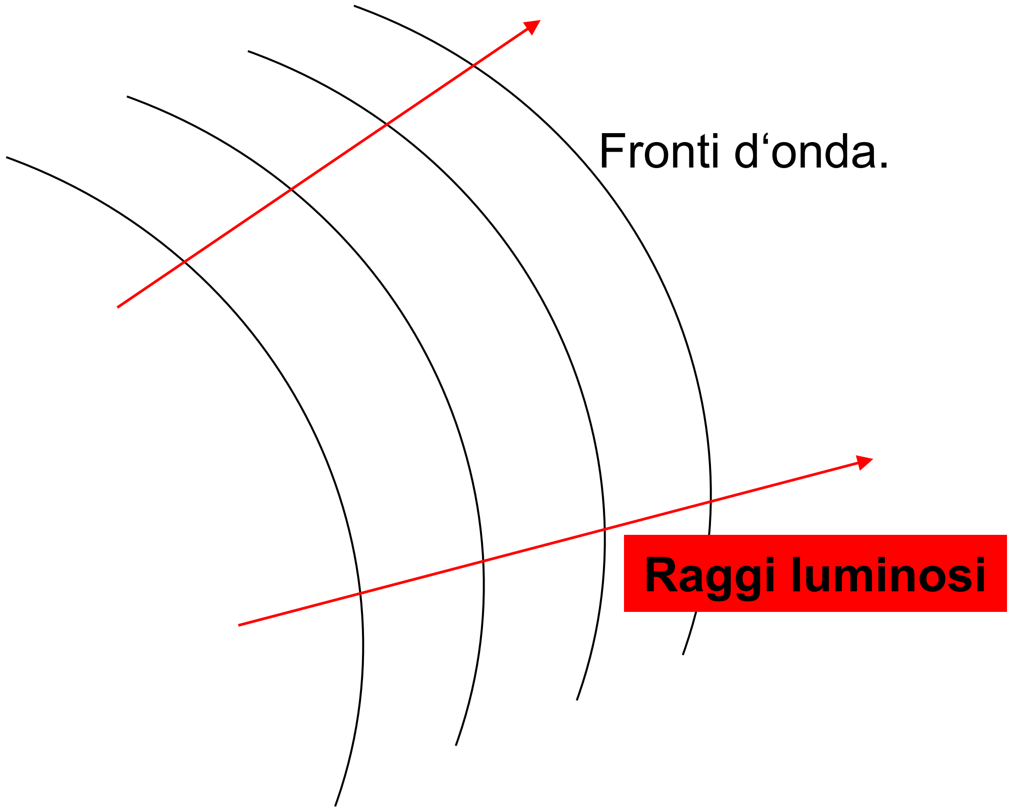
In genere una rappresentazione dettagliata delle onde elettromagnetiche richiede l'uso delle **equazioni di Maxwell** che individuano l'ampiezza, la polarizzazione e la fase dell'onda luminosa in ogni punto.

In pratica però la risoluzione delle equazioni di Maxwell può essere piuttosto laboriosa.

Se però la lunghezza d'onda è molto minore delle dimensioni degli oggetti su cui l'onda luminosa incide i risultati delle equazioni di maxwell possono essere approssimati.

Ottica geometrica.

Ottica geometrica



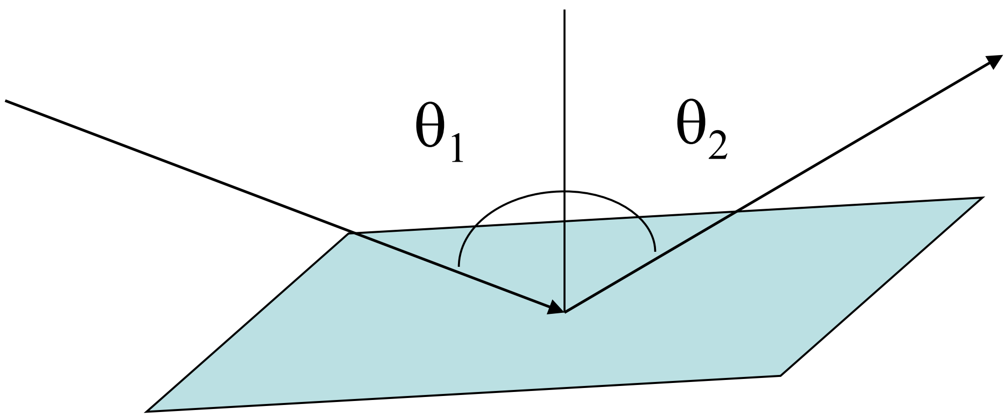
Fronti d'onda: composti da punti in cui l'onda ha la stessa fase in un dato istante.

Raggi Luminosi: indicano la direzione di propagazione dell'onda (ortogonali ai fronti d'onda)

Leggi dell'ottica geometrica

1. **Legge della propagazione rettilinea**: I raggi luminosi nei mezzi omogenei si propagano in linea retta

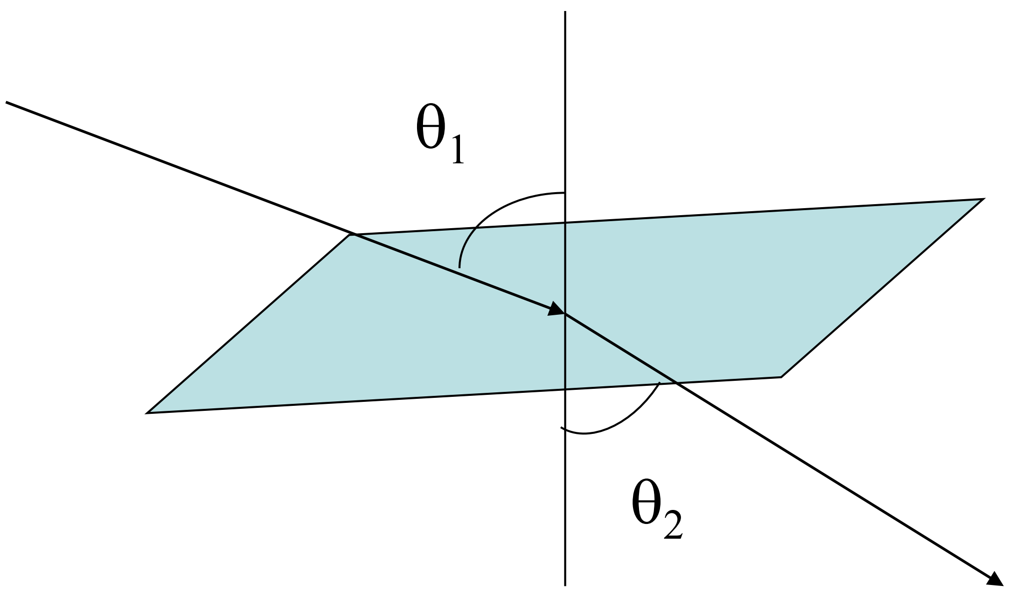
2. **Legge della riflessione**: All' interfaccia tra due mezzi, un'onda incidente viene (parzialmente) riflessa. Il raggio incidente e la normale alla superficie riflettente formano un θ, l'angolo di riflessione è uguale a quello di incidenza.



$\theta_1=\theta_2$

Leggi dell'ottica geometrica

3. **Legge della rifrazione**. Il raggio rifratto viene trasmesso nel secondo mezzo, esso giace nel piano di incidenza e forma con la normale un angolo θ_2 dato dalla legge di Snell:
   $\mathbf{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin \theta_2}$



La Rifrazione

Materiale	Indice di rifrazione
Aria	1.0003
Acqua	1.333
Glicerina	1.473
Olio di immersione	1.515
Vetro (Crown)	1.520
Vetro (Flint)	1.656
Zirconio	1.920
Diamante	2.417
Solfuro di piombo	3.910

La Rifrazione

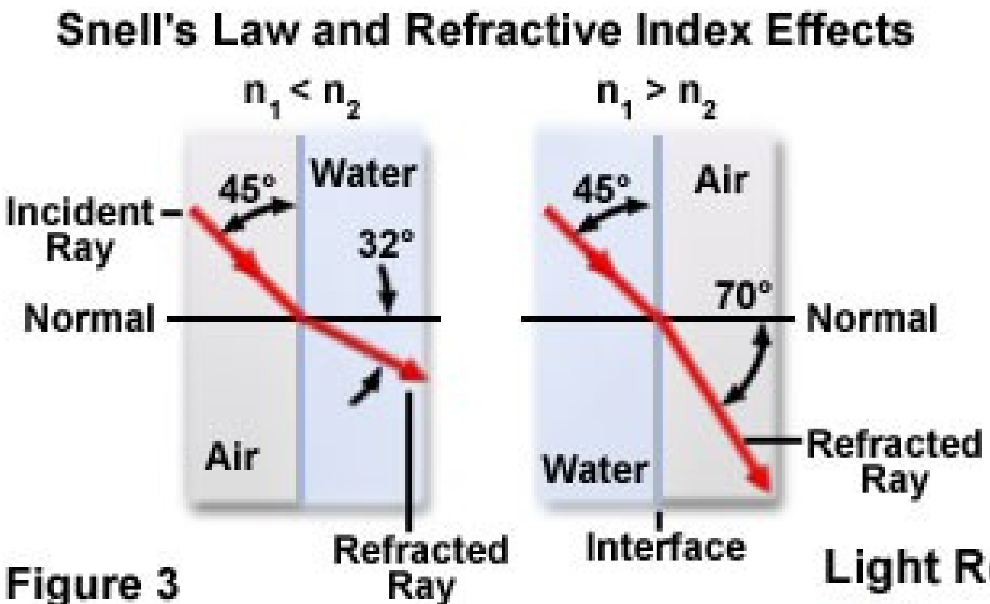


Figure 3

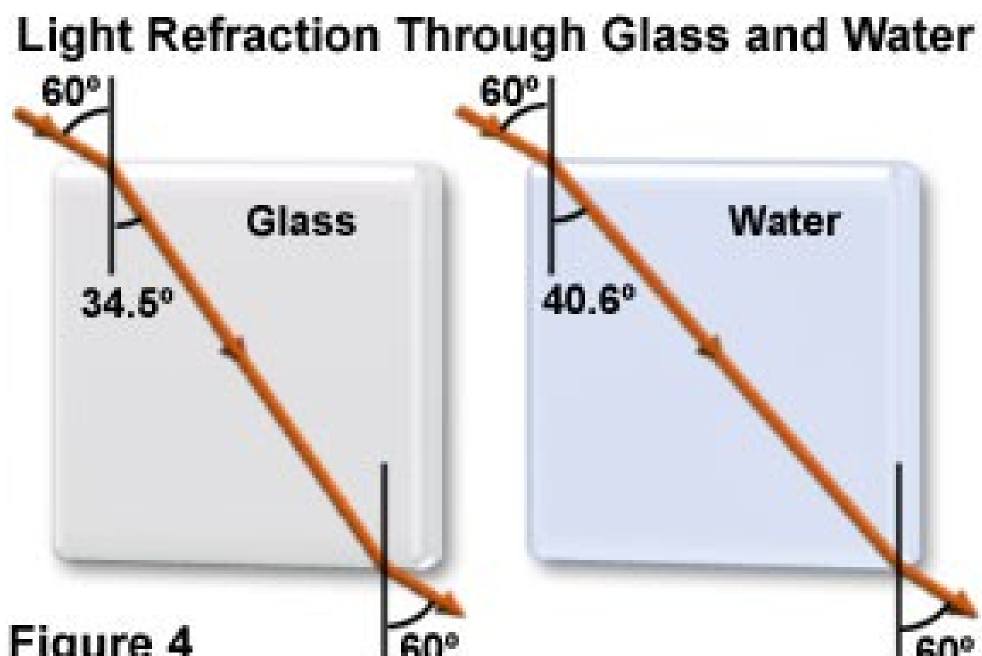
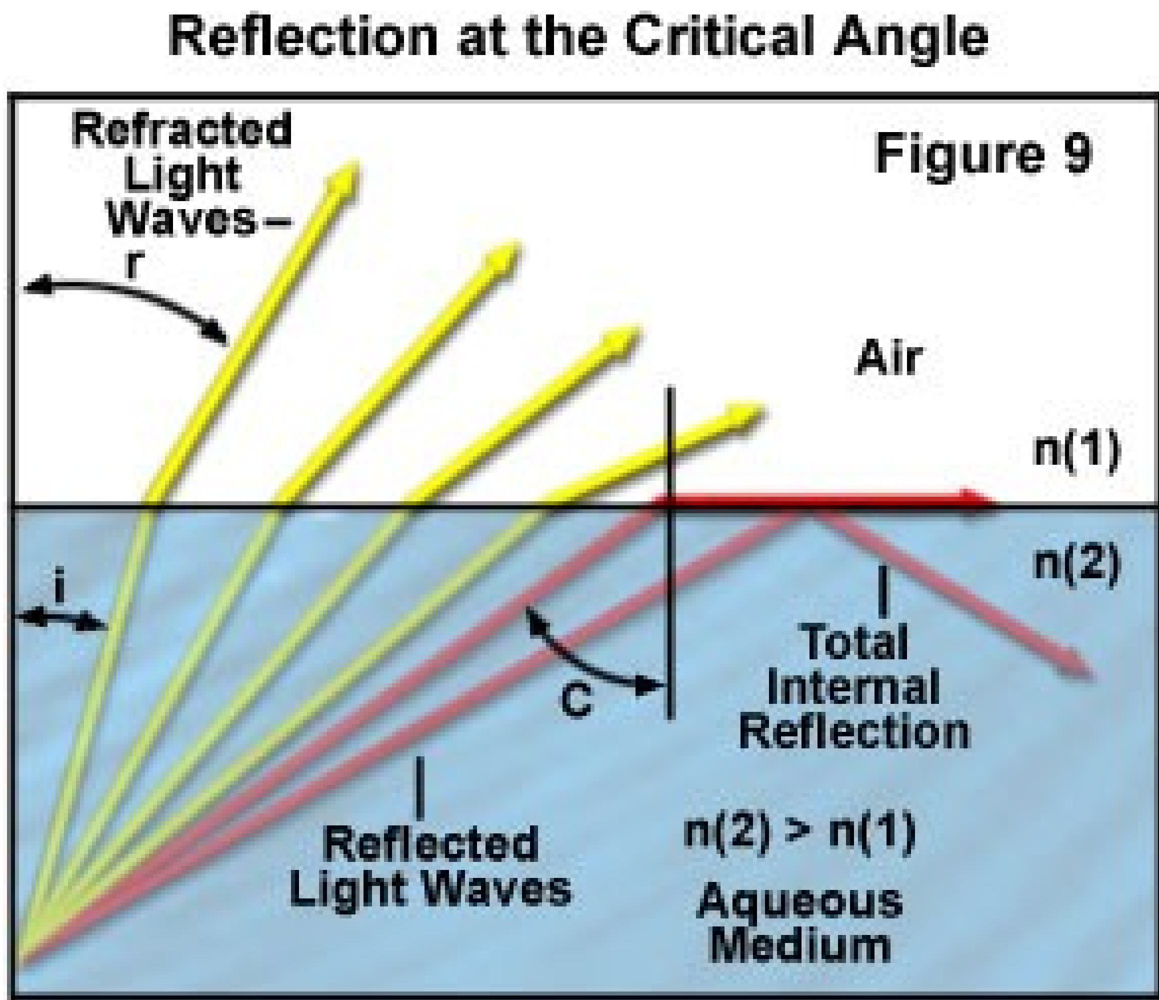


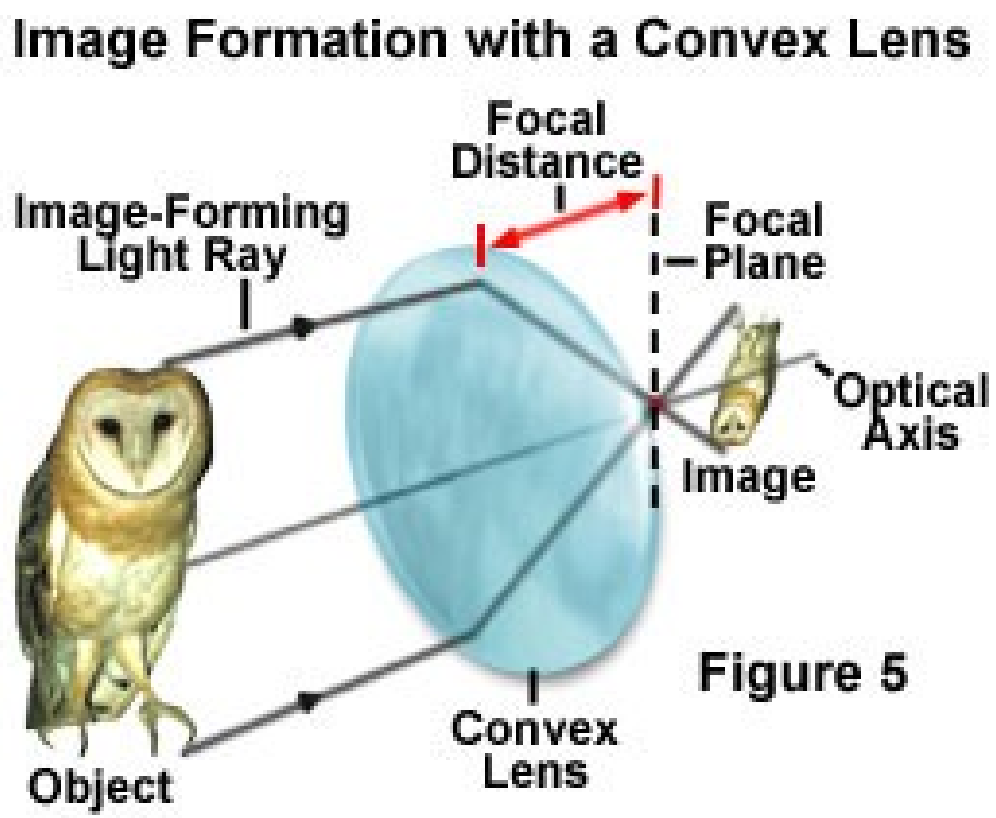
Figure 4

Angolo critico: riflessione



$$\text{Angolo R} \geq 90° : \sin\theta = \frac{n_1}{n_2}$$

La Rifrazione: applicazioni



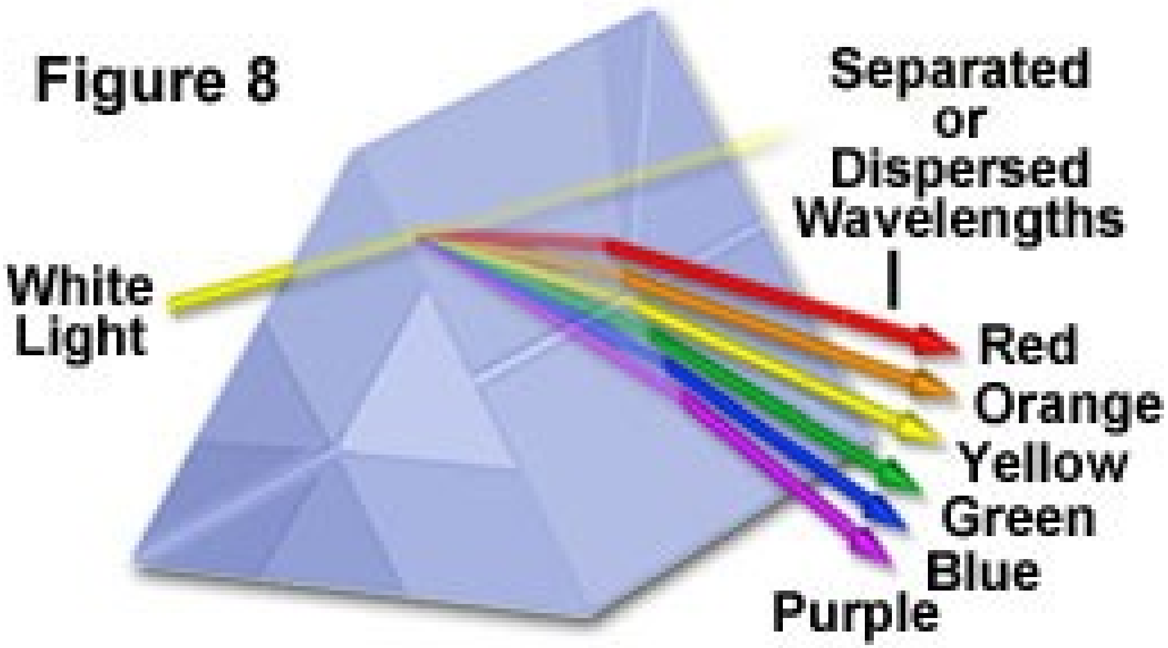
Dispersione

In realtà l'indice di rifrazione è si dipendente dal materiale ma può **variare con la frequenza** in particolare per quanto riguarda i materiali trasparenti.

Questo fenomeno è chiamato Dispersione.

Materiale	Blu (486.1 nm)	Giallo (589.3 nm)	Rosso (656.3 nm)
Vetro (crown)	**1.524**	**1.517**	**1.515**
Vetro (flint)	**1.639**	**1.627**	**1.622**
Acqua	**1.337**	**1.333**	**1.331**
Olio	**1.530**	**1.520**	**1.516**
Disolfuro di carbonio	**1.652**	**1.628**	**1.618**

Equilateral Dispersing Prism

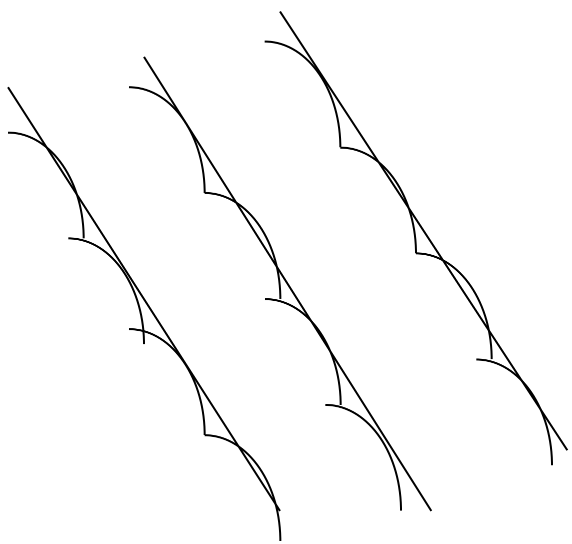


Diffrazione

Per spiegare il fenomeno della diffrazione ci dobbiamo servire di un principio della ottica geometrica:

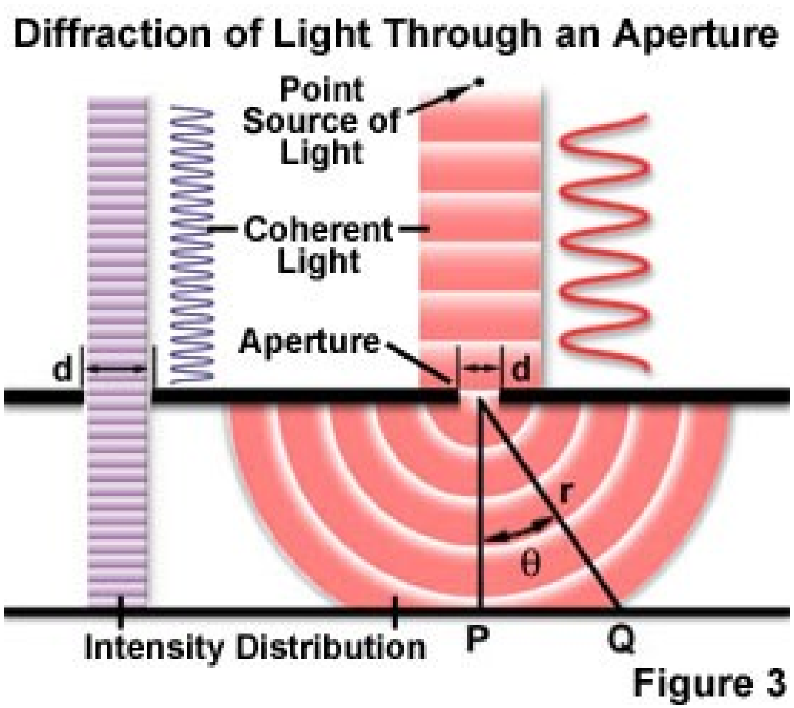
Il principio di Huygens:

La propagazione di un'onda luminosa può essere determinata ammettendo che <u>in ogni punto di un fronte d'onda si generi una piccola onda sferica con centro in quel punto.</u>



Diffrazione

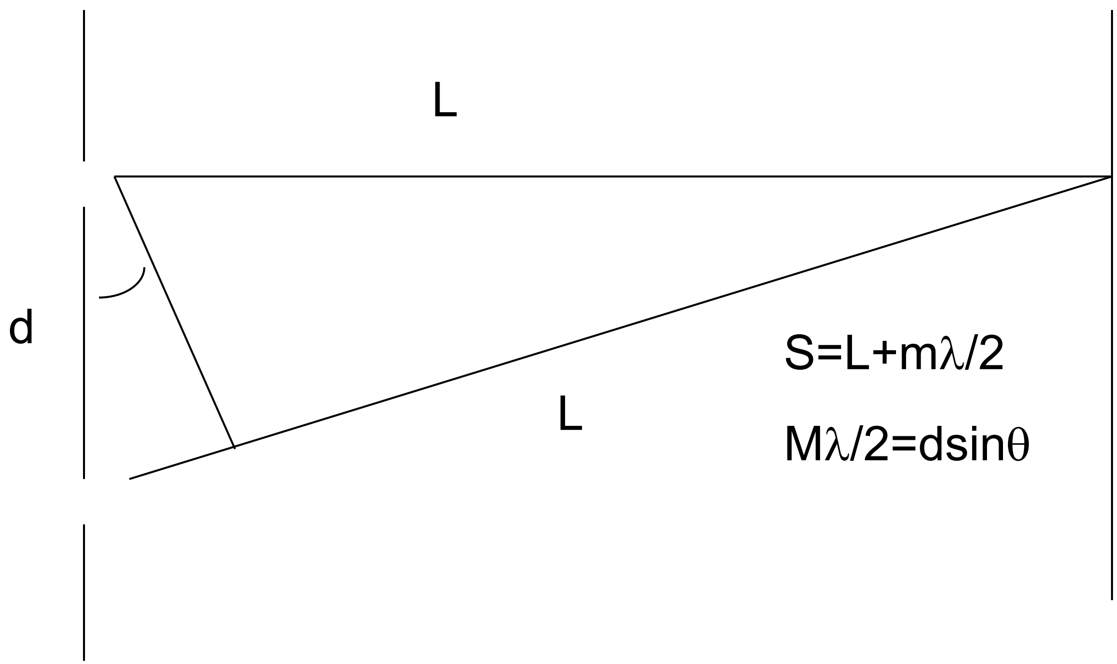
La diffrazione si può definire come il caso in cui quando la luce passa vicino ad una barriera, i raggi tendono a “curvare” attorno alla barriera ed a diffondersi in tutte le direzioni.



Diffrazione e scattering

In realtà lo Scattering e la Diffrazione sono praticamente la stessa cosa, la diffrazione è una speciale situazione di scattering in cui un oggetto che presenta delle strutture ordinate e ripetitive produce un pattern di diffrazione ordinato.

Diffrazione= Scattering + Interferenza



Intensity Distribution of Diffracted Light

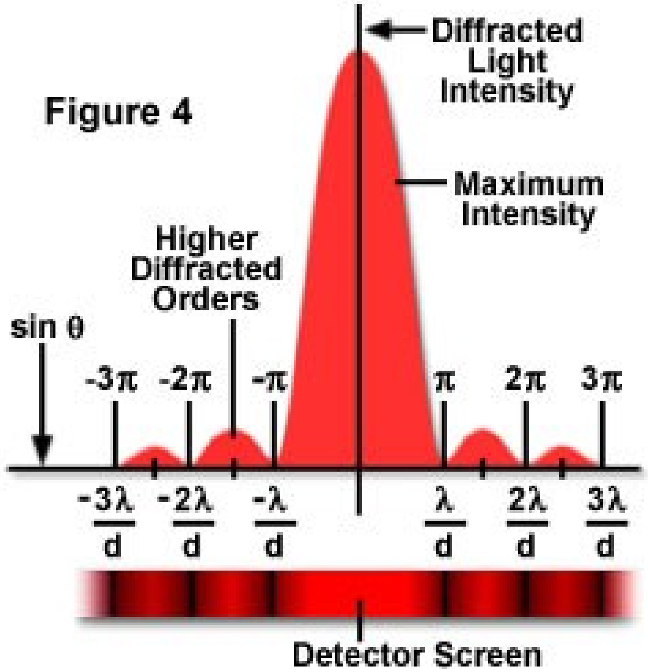
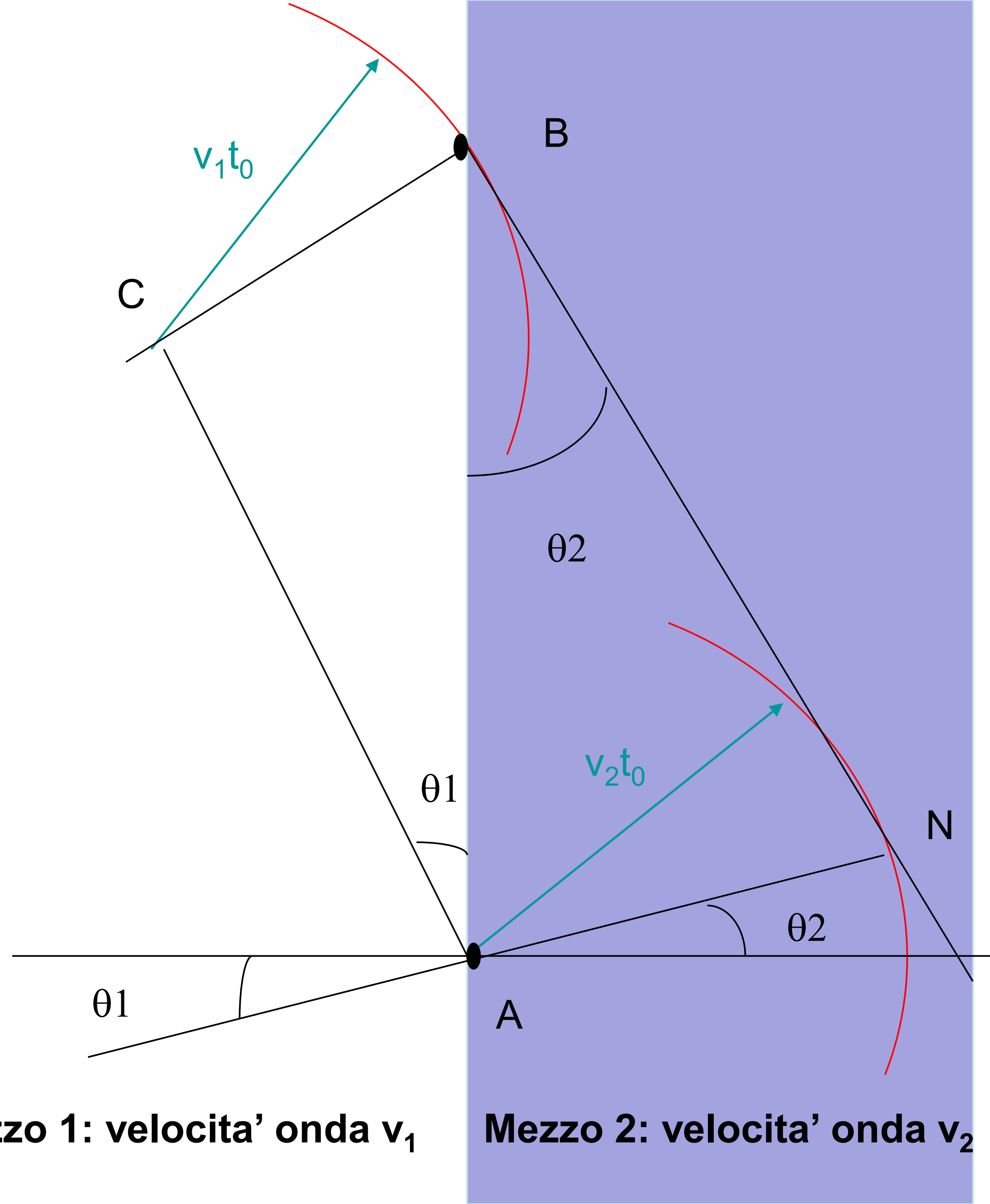


Figure 4

Diffraction of Red Light by a Grating

Figure 1



$$\sin\theta_1 = \frac{BC}{BA}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{AN}{BA}$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{BC}{AN} = \frac{v_1 t_0}{v_2 t_0}$$

$$\frac{\sin\theta_1}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{v_2}$$

$$\text{quindi}: \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Mezzo 1: velocita' onda v_1 **Mezzo 2: velocita' onda v_2**

Per convenzione si pone n (indice di rifrazione nel vuoto) = 1

Per cui se $n_2/n_1=v_1/v_2$ se il mezzo 1 e' il vuoto $n_1=1$ e $v_1=c$ (velocita' della luce):

$$\frac{n_2}{1} = \frac{c}{v_2} \rightarrow n_2 = \frac{c}{v_2}$$

Polarizzazione della luce

La luce così come le onde elettromagnetiche in genere hanno vettori che vibrano su tutti i piani che sono perpendicolari alla direzione di propagazione.

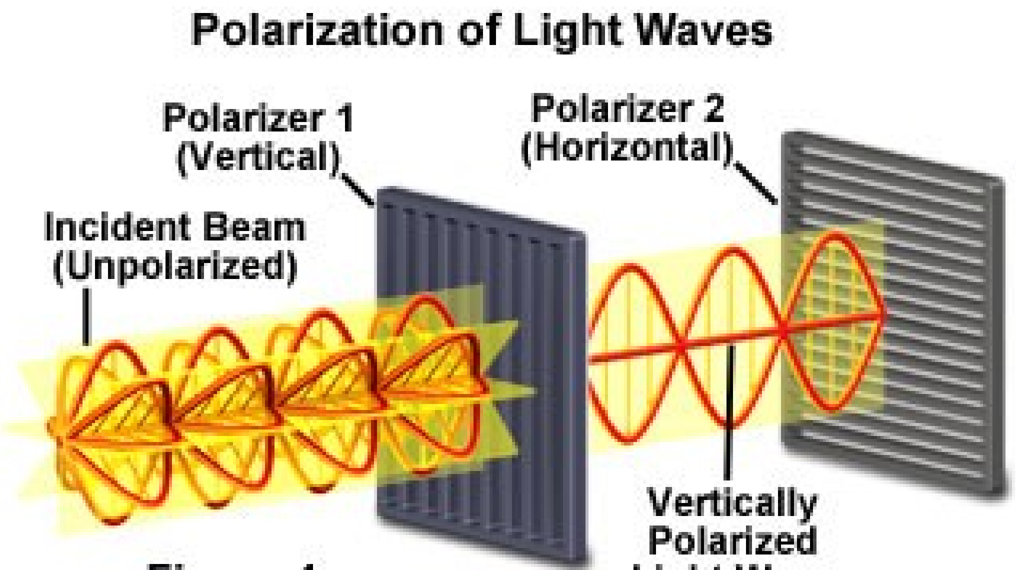


Figure 1

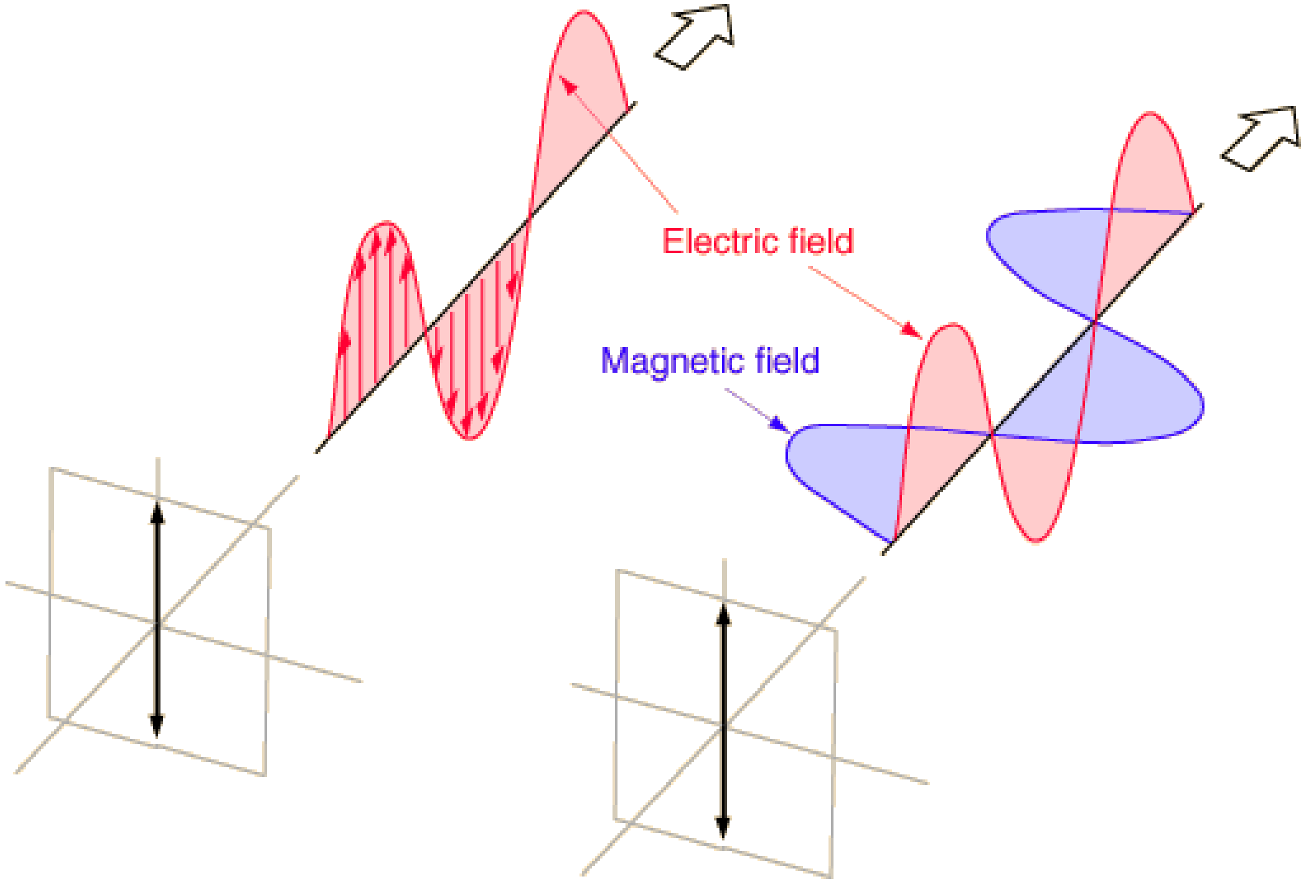
Polarizzazione della luce

Quando un'onda vibra su un piano preferenziale si dice polarizzata.

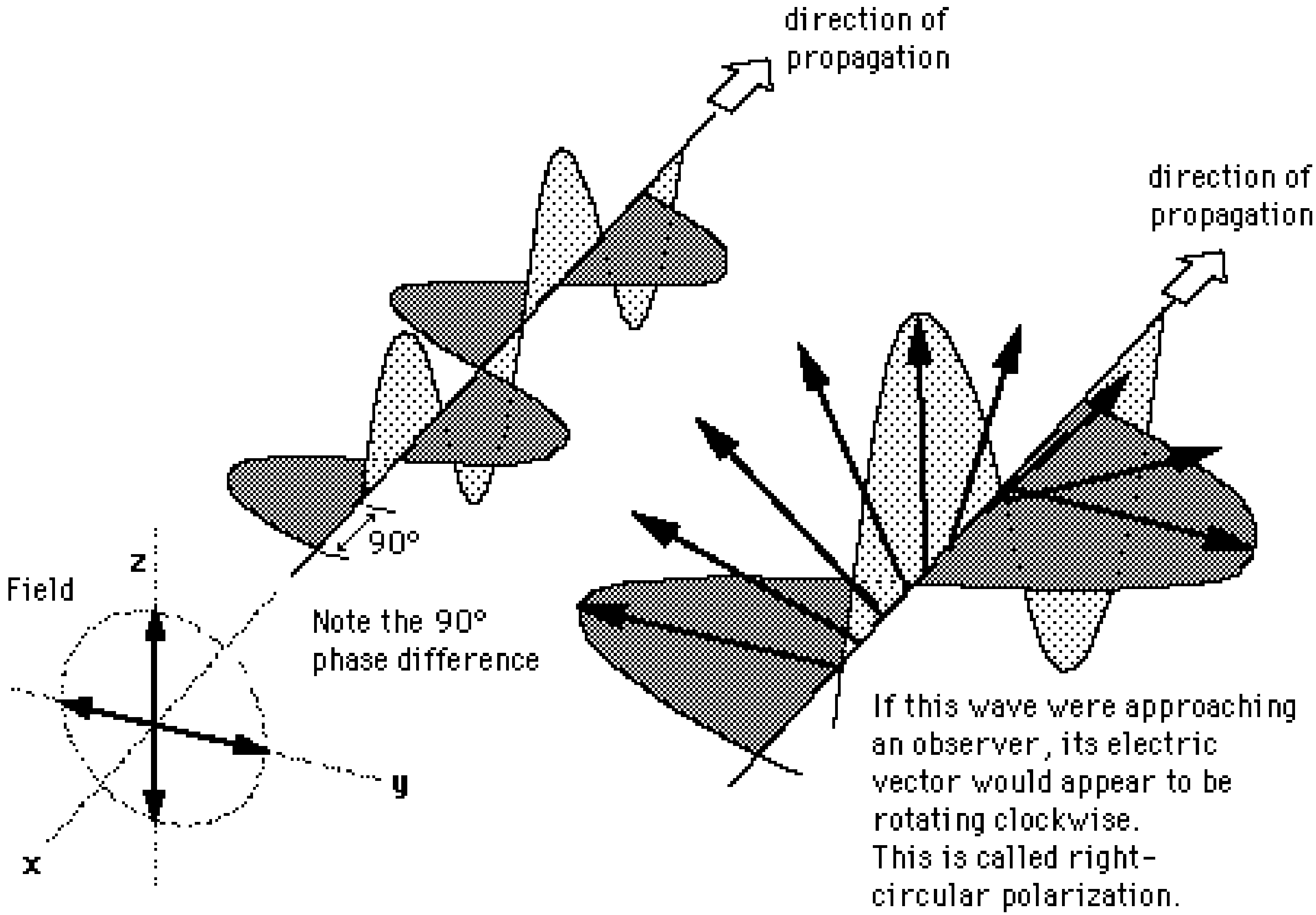
Ci sono vari tipi di polarizzazione:

- luce polarizzata **linearmente**
- luce polarizzata **ellitticamente**
- luce polarizzata **circolarmente**
- luce **parzialmente** polarizzata

Polarizzazione Lineare

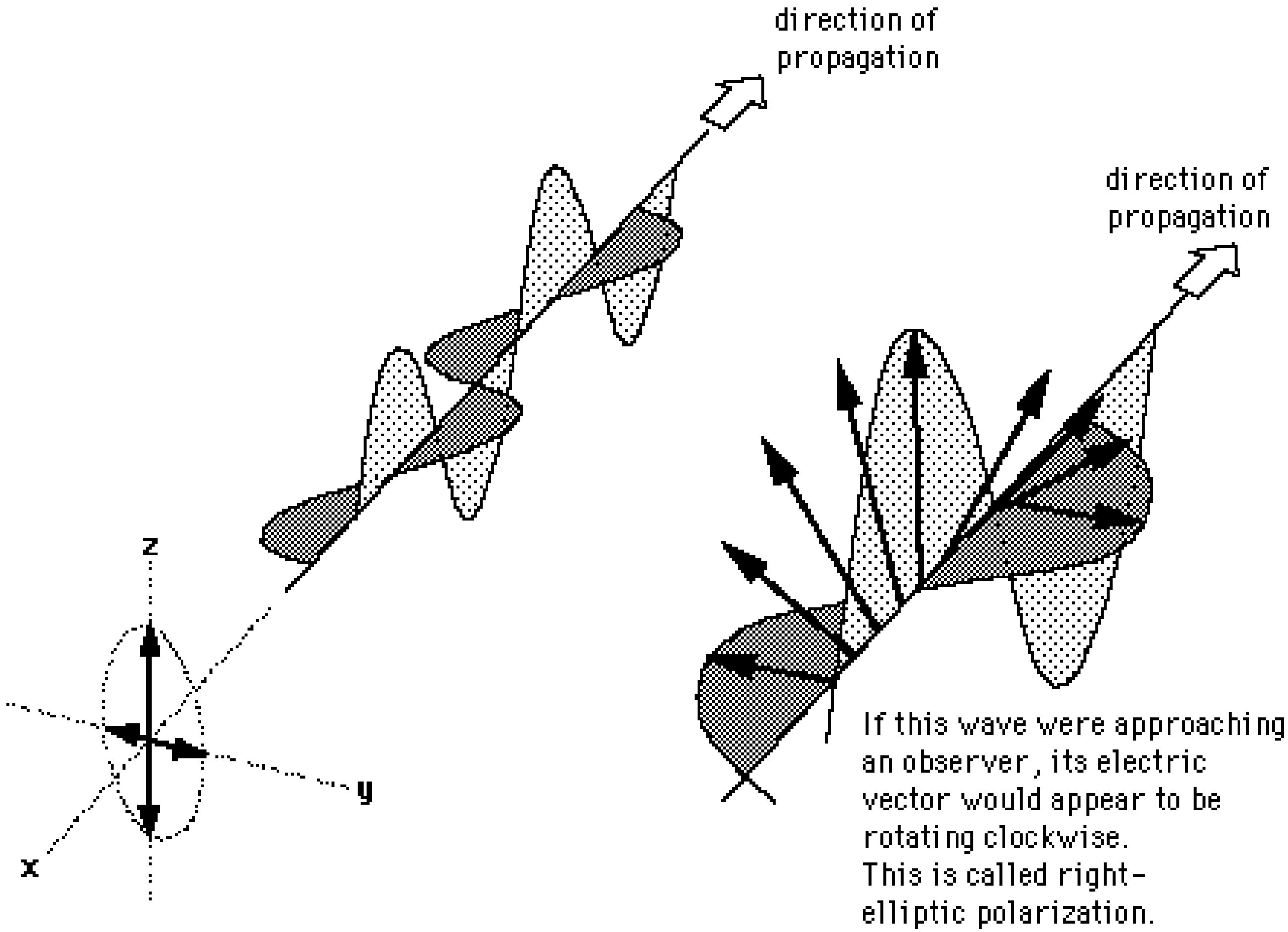


Polarizzazione Circolare



Se la luce è composta da due onde di eguale ampiezza lineari sfasate di 90° si ha una luce polarizzata circolarmente

Polarizzazione Ellittica



Se la luce è composta da due onde di <u>differente</u> ampiezza lineari sfasate di 90° si ha una luce polarizzata ellitticamente

Elliptically and Circularly Polarized Light Waves

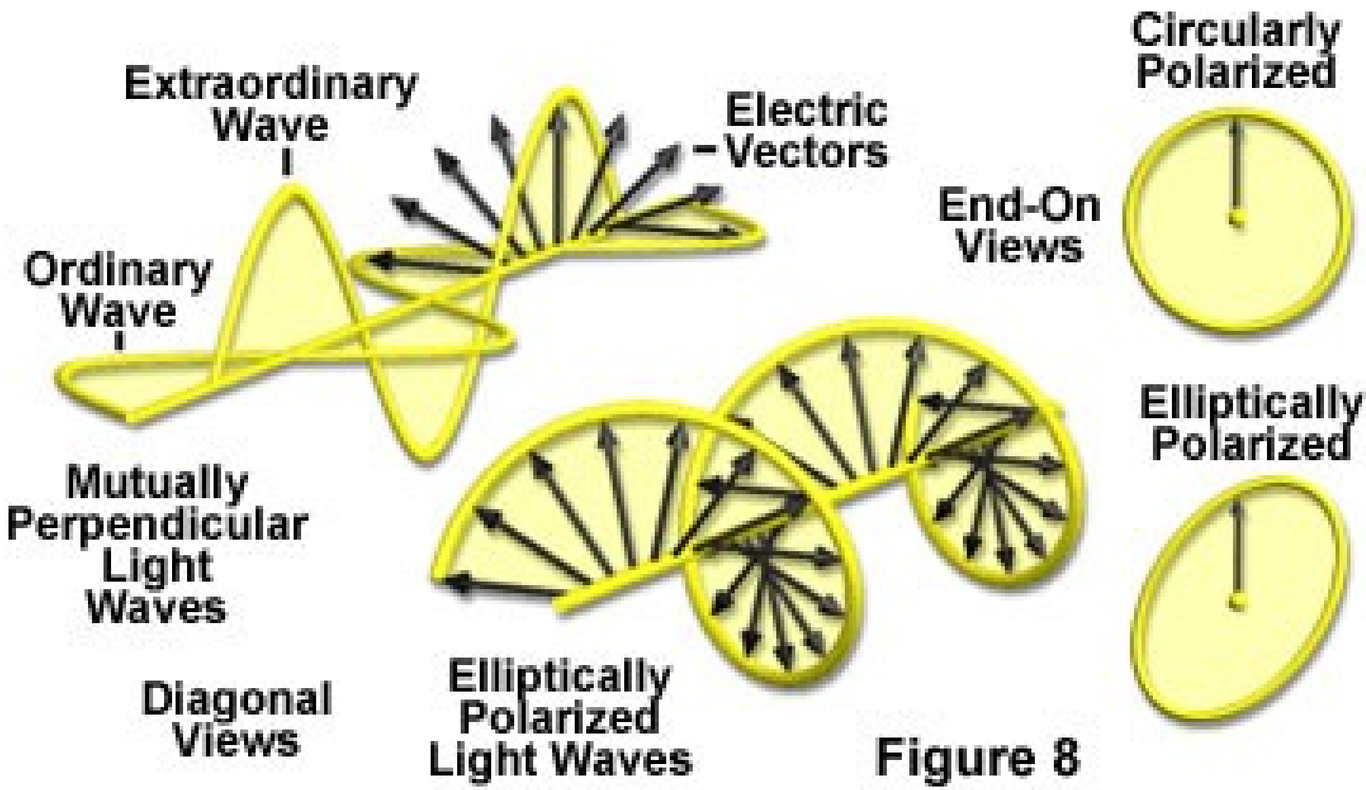


Figure 8

Come ottenere luce polarizzata ?

Polarizzazione per diffusione e modello del dipolo oscillante.

Polarizzazione per riflessione e modello del dipolo oscillante.

Polarizzazione per birifrangenza e modello dell'oscillatore meccanico.

Polarizzazione per dicroismo e modello dell'oscillatore meccanico.

Come ottenere luce polarizzata ?

La luce polarizzata si può ottenere dai fenomeni che deviano il fascio come:

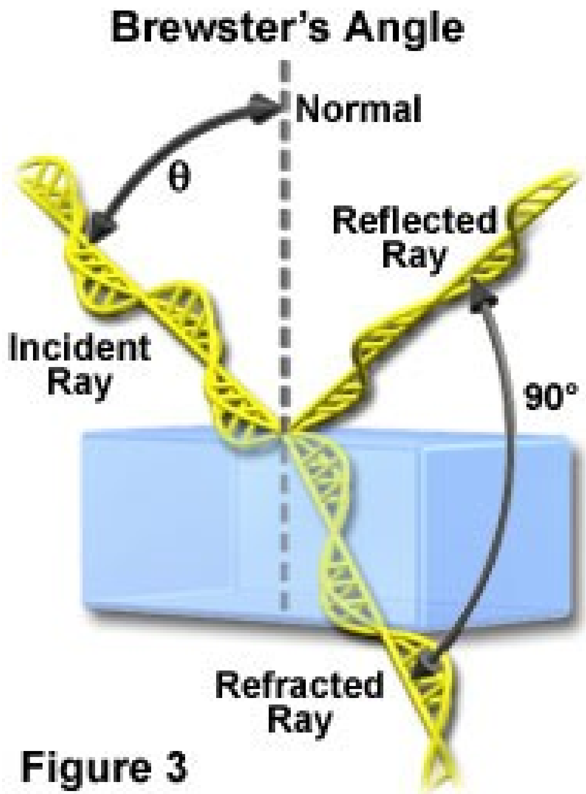
•Assorbimento,

•riflessione,

•scattering

•birifrangenza.

Luce polarizzata: Riflessione

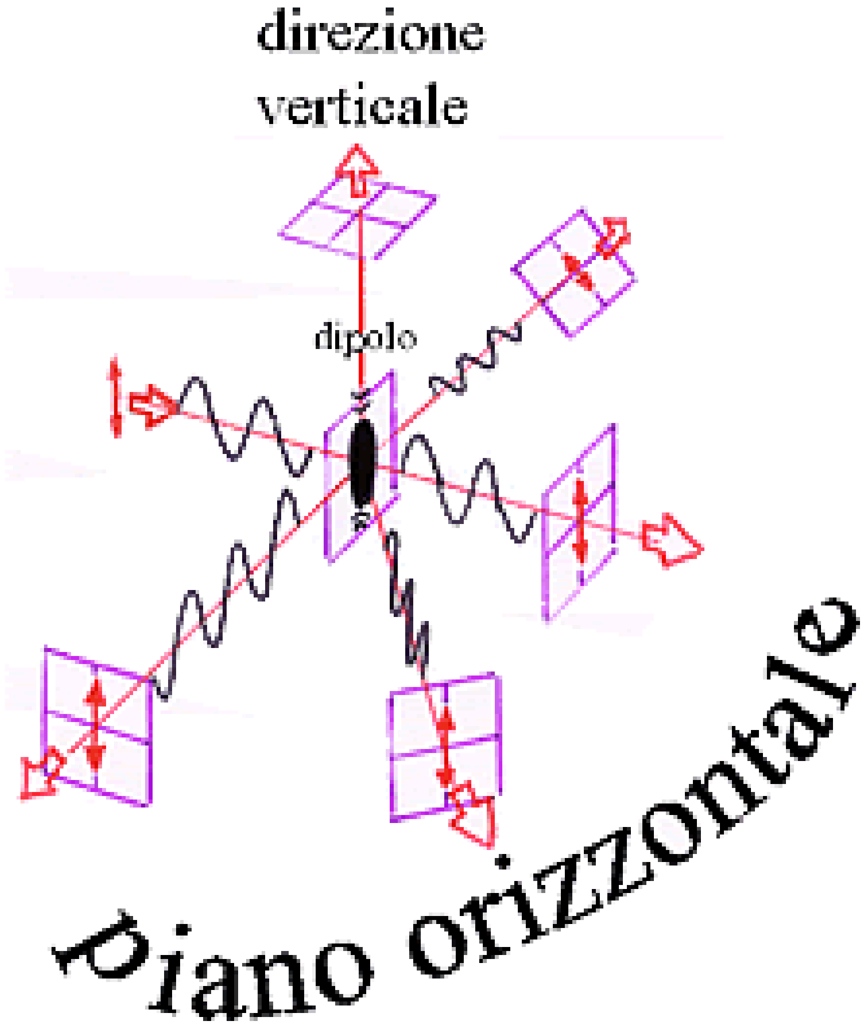


$$n = \sin(\theta_i)/\sin(\theta_r) = \sin(\theta_i)/\sin(\theta_{90-i}) = \tan(\theta_i)$$

L'angolo di Brewster è l'unico angolo di incidenza per cui le onde riflesse sono tutte polarizzate piane

Luce polarizzata: Scattering

Polarizzazione per diffusione e modello del dipolo oscillante:



Polarization of Scattered Sunlight

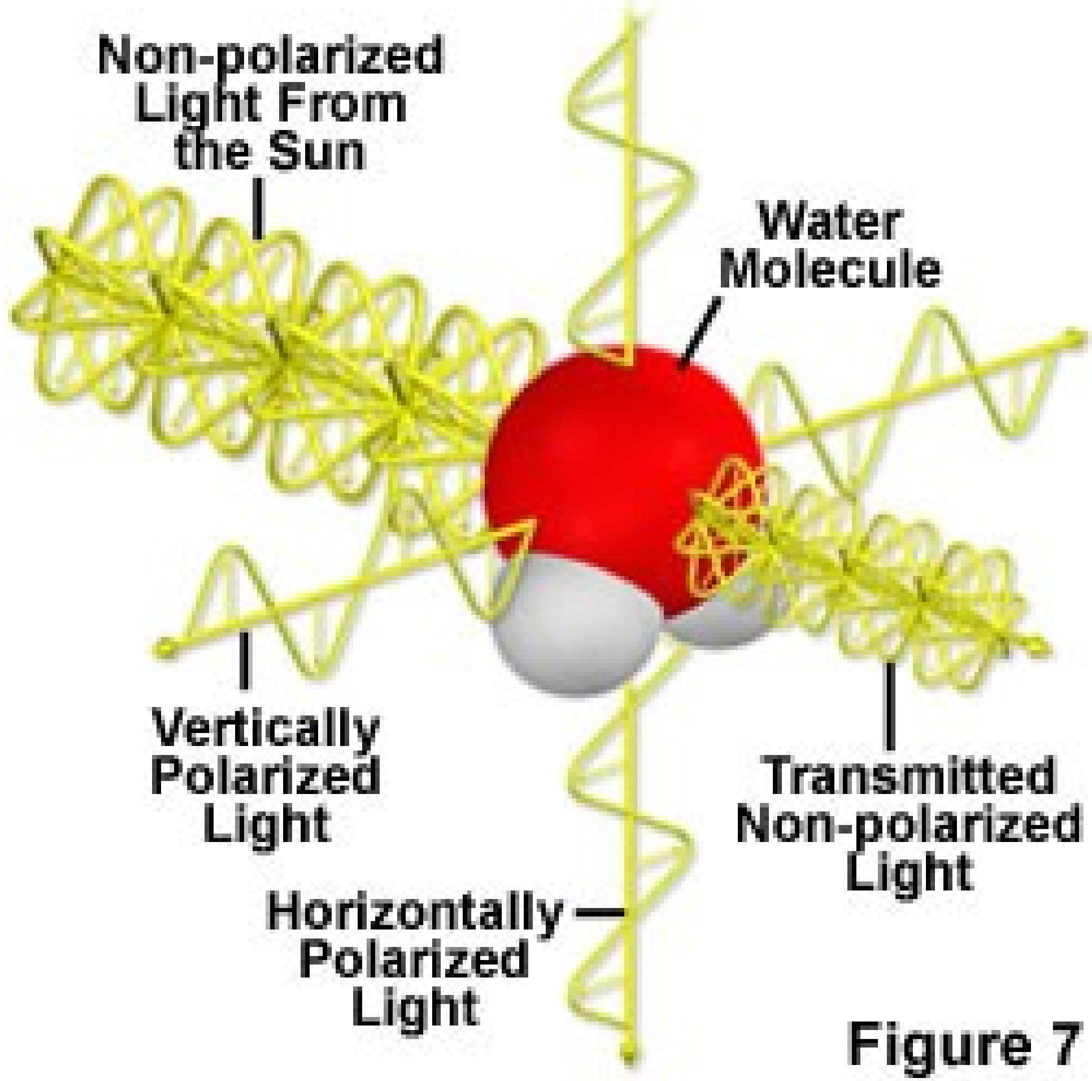
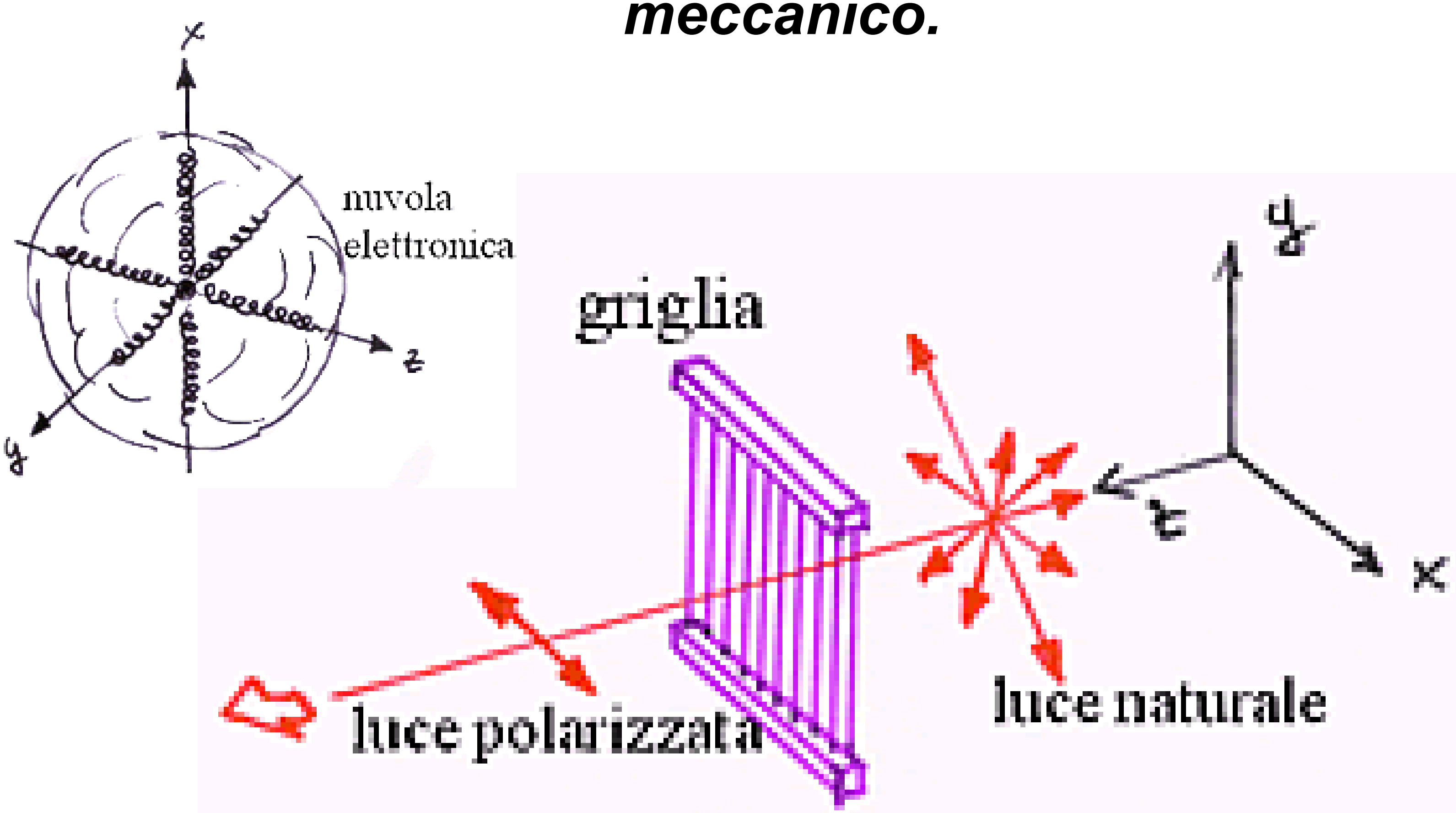


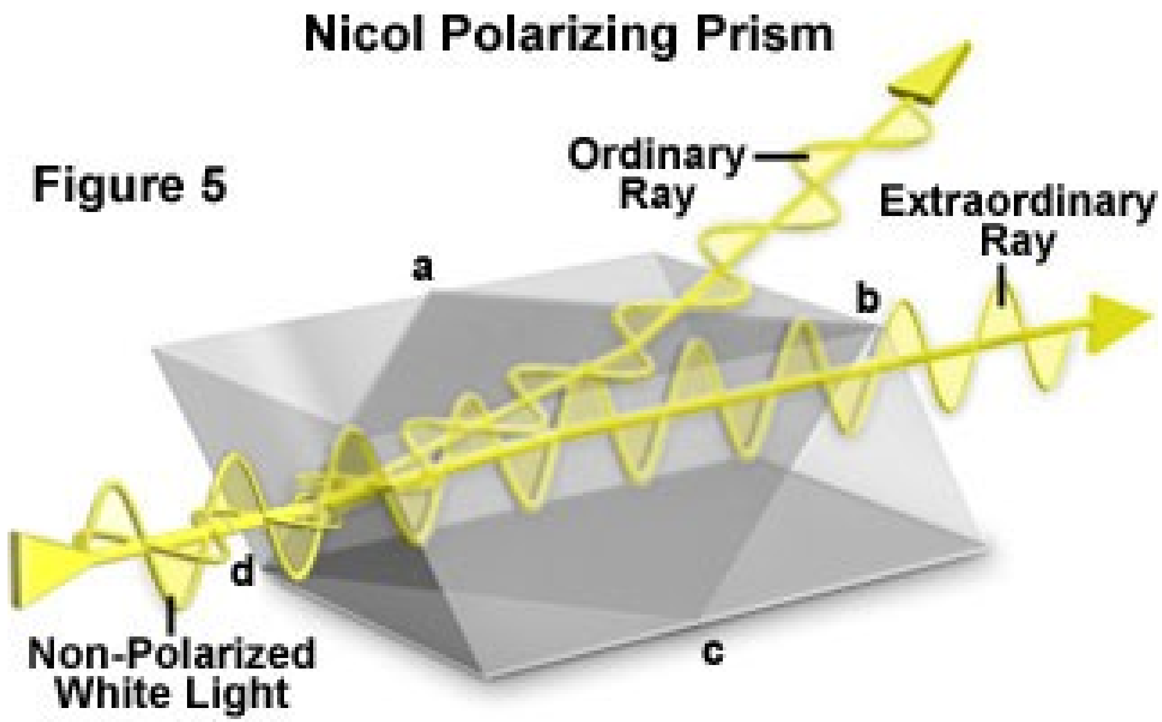
Figure 7

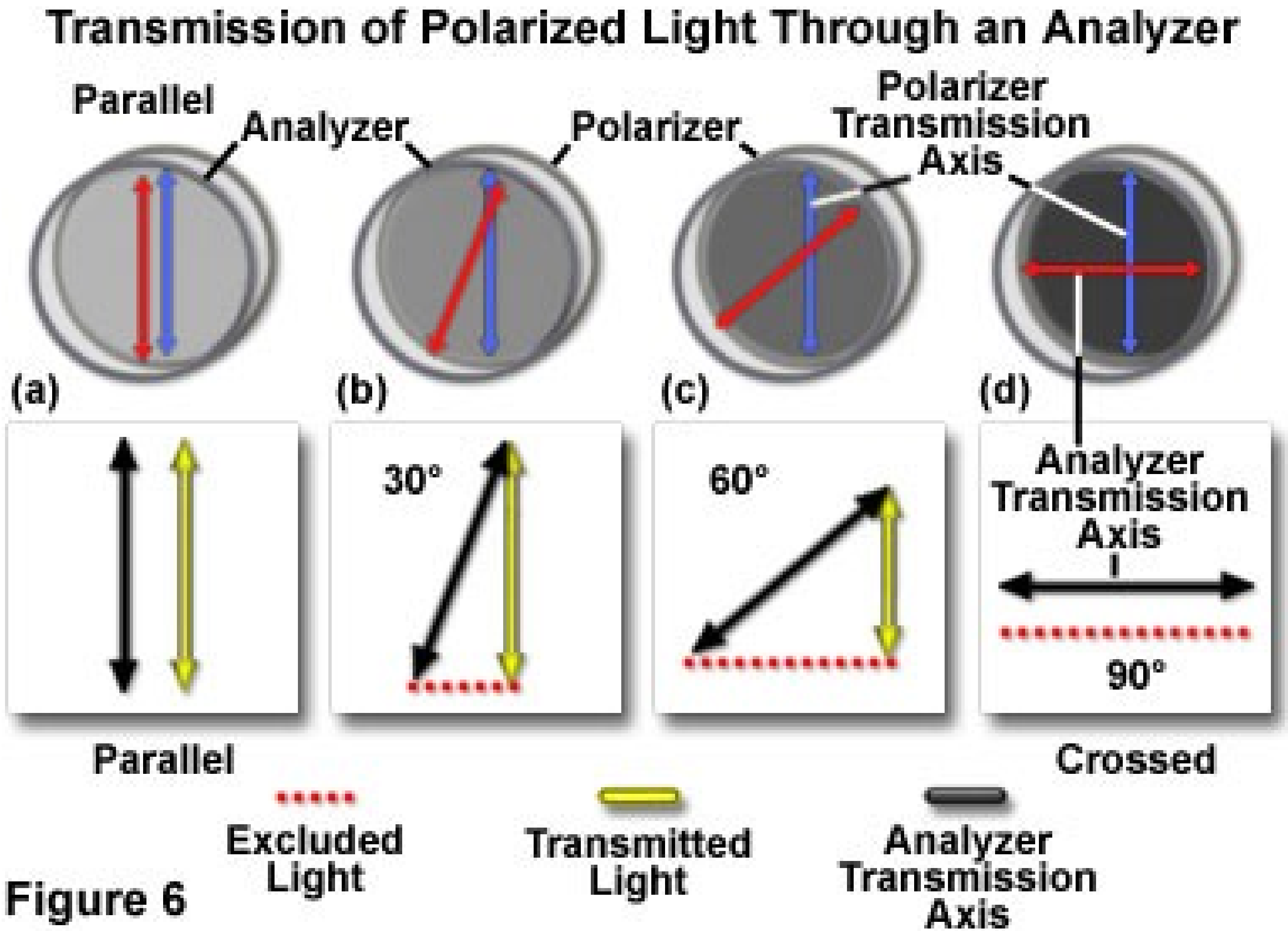
Luce polarizzata: Assorbimento

Polarizzazione per dicroismo e modello dell'oscillatore meccanico.



Luce polarizzata: Birifrangenza





Legge di Malus: $I = I(0)\cos^2\theta$