

Studiare la funzione  $f(x) = -x\sqrt{x^2-1}$

Ris

• dominio  $x^2-1 \geq 0 \quad x \leq -1 \cup x \geq 1$

•  $f=0$  sse  $x=0, x=\pm 1$

$f > 0$  sse  $x < 0$  in A

•  $f$  è dispari infatti:

i) A dominio simmetrico rispetto ad 0

ii)  $f(-x) = -(-x)\sqrt{(-x)^2-1} = +x\sqrt{x^2-1} = -f(x)$

•  $f \in C^\infty((-\infty, -1) \cup (1, +\infty))$

$$f'(x) = -1\sqrt{x^2-1} + (-x) \frac{1}{2\sqrt{x^2-1}} 2x = \frac{-2x^2+1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$f'(x) > 0 \text{ sse } 1-2x^2 > 0 \text{ sse } -\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$f$  decrescente  $\Rightarrow$  no estremi relativi interni

$f(+1)=0 > f(x) \quad \forall x \in (1, +\infty) \Rightarrow +1$  punto di max relativo  $\Rightarrow -1$  punto di min relativo

$$f''(x) = \frac{-4x\sqrt{x^2-1} - (-2x^2+1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}}{(x^2-1)^{3/2}} = \frac{-4x^2+3}{(x^2-1)^{3/2}}$$

$$f''(x) > 0 \text{ sse } x < -\sqrt{3/2} \cup 1 < x < \sqrt{3/2}$$

$$\text{punti di flesso } x = \pm \sqrt{3/2} \Rightarrow f(\pm \sqrt{3/2}) = \mp \frac{\sqrt{3}}{2}$$

• valori agli estremi del campo:

i)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \mp\infty \Rightarrow f$  non è né inferiormente né superiormente limitata ed  $f$  non ha asintoti orizzontali

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\sqrt{x^2-1} = -\infty \Rightarrow \nexists \text{ asintoti obliqui}$$

$$\text{ii) } f(\pm 1) = 0$$

(\*)

$$\frac{-x(2x^2-3)}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}} > 0 \text{ sse } \frac{-x(2x^2-3)}{(x^2-1)} > 0$$

$$\bullet -x > 0 \Rightarrow x < 0$$

$$\bullet 2x^2-3 > 0 \Rightarrow x < -\sqrt{3/2} \cup x > \sqrt{3/2}$$

$$\bullet x^2-1 > 0 \Rightarrow x < -1 \cup x > 1$$

