LA MEDIA ARMONICA m_A

La MEDIA ARMONICA appartiene all'insieme delle Medie Algebriche, le quali godono della proprietà di essere *invarianti* rispetto alla funzione definita sui dati:

$$\mathbf{f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(m, m, \ldots, m)}$$

In particolare la MEDIA ARMONICA è *invariante* rispetto alla funzione "somma dei reciproci":

Nel caso di dati semplici:

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_n}=\frac{1}{m_A}+\frac{1}{m_A}+\ldots+\frac{1}{m_A}$$

Nel caso di dati ponderati:

$$\underbrace{\frac{1}{x_1}+\ldots+\frac{1}{x_1}}_{f_1}+\underbrace{\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_2}}_{f_2}+\ldots+\underbrace{\frac{1}{x_n}+\ldots+\frac{1}{x_n}}_{f_n}=\underbrace{\frac{1}{m_A}+\frac{1}{m_A}+\ldots+\frac{1}{m_A}}_{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Formule di CALCOLO della Media Armonica

Se si tratta di variabile DISCRETA e dati SEMPLICI:

$$m_A = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$$

Se si tratta di variabile DISCRETA e dati PONDERATI:

$$m_A = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{x_i}}$$

La Media Armonica coincide con la **Media Potenziata** di ordine r**=-1**.

ESERCIZIO

Un automobilista percorre 5 km alla velocità di 50 km/ora, 4 km alla velocità di 80 km/ora, 20 km alla velocità di 100 km/ora.
Calcolare la velocità media sull'intero percorso.

SOLUZIONI
a)

x	f(x)	f(x)/x
50	5	0,1
80	4	0,05
100	20	0,2
	29	0,35

Media Armonica $m_{-1} = \frac{\sum f(x)}{\sum \frac{f(x)}{x}} = \frac{29}{0{,}35}$ = 82,8571 km/ora

LA MEDIA GEOMETRICA m_g

La MEDIA GEOMETRICA appartiene all'insieme delle Medie Algebriche, le quali godono della proprietà di essere *invarianti* rispetto alla funzione definita sui dati:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(m, m, \ldots, m)$$

In particolare la MEDIA GEOMETRICA è *invariante* rispetto alla funzione "prodotto":

Nel caso di dati semplici:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n = m_g \cdot \ldots \cdot m_g$$

Nel caso di dati ponderati:

$$\underbrace{x_1 \cdot \ldots \cdot x_1}_{f_1} \cdot \underbrace{x_2 \cdot \ldots \cdot x_2}_{f_2} \cdot \ldots \cdot \underbrace{x_n \cdot \ldots \cdot x_n}_{f_n} = \underbrace{m_g \cdot \ldots \cdot m_g}_{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Formule di CALCOLO della Media Geometrica

Se si tratta di variabile DISCRETA e dati SEMPLICI:

$$m_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}$$

Se si tratta di variabile DISCRETA e dati PONDERATI:

$$m_g = \sqrt[\sum f_i]{x_1^{\ f_1} \cdot x_2^{\ f_2} \cdot \ldots \cdot x_n^{\ f_n}}$$

La Media Geometrica coincide con la **Media Potenziata** di ordine **r→0**.

ESERCIZIO

Una banca remunera i depositi vincolati per 3 anni secondo i seguenti Tassi annui composti: 20%, 15% e 10%.
Qual è il Tasso annuo medio di rendimento nei 3 anni?

SOLUZIONE

$M_g(x=1+i)=\sqrt[3]{(1+0{,}20)(1+0{,}15)(1+0{,}10)} = \sqrt[3]{1{,}518} = 1{,}14927$

i=0,14927=14,93%

LA MEDIA QUADRATICA m_Q

La MEDIA QUADRATICA appartiene all'insieme delle Medie Algebriche, le quali godono della proprietà di essere *invarianti* rispetto alla funzione definita sui dati:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(m, m, \ldots, m)$$

In particolare la MEDIA QUADRATICA è *invariante* rispetto alla funzione "somma dei quadrati".

Formule di CALCOLO della Media Quadratica

Se si tratta di variabile DISCRETA e dati SEMPLICI:

$$m_Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}$$

Se si tratta di variabile DISCRETA e dati PONDERATI:

$$m_Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}$$

La Media Quadratica coincide con la **Media Potenziata** di ordine r=**2**.

ESERCIZIO

Quattro appezzamenti quadrati di terreno misurano rispettivamente i seguenti lati (in *metri*):

$l_1=25$; $l_2=35$; $l_3=50$; $l_4=85$.

Questi 4 appezzamenti vengono permutati con altri 4 terreni quadrati, uguali fra di loro, in modo da compensare la superficie ceduta con quella ricevuta.
Qual è il lato di ognuno dei 4 terreni uguali ricevuti in permuta?

SOLUZIONE

$$l = \sqrt{\frac{25^2 + 35^2 + 50^2 + 85^2}{4}} = \sqrt{\frac{11575}{4}} = \sqrt{2893{,}75} = 53{,}79m$$

LA MEDIA CUBICA m_3

La MEDIA CUBICA appartiene all'insieme delle Medie Algebriche, le quali godono della proprietà di essere *invarianti* rispetto alla funzione definita sui dati:

$$\mathbf{f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(m, m, \ldots, m)}$$

In particolare la MEDIA CUBICA è *invariante* rispetto alla funzione "somma dei cubi".

Formule di CALCOLO della Media Cubica

Se si tratta di variabile DISCRETA e dati SEMPLICI:

$$m_3 = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^3}{n}}$$

Se si tratta di variabile DISCRETA e dati PONDERATI:

$$m_3 = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^3 f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}$$

La Media Cubica coincide con la **Media Potenziata** di ordine r=**3**.

ESERCIZIO

Un orafo fonde 4 dadi d'oro di spigolo rispettivamente cm 1, 2, 3, 4, con lo scopo di ottenere 4 dadi uguali.
Quale sarà lo spigolo di ognuno dei 4 dadi uguali?

SOLUZIONE

$$s = \sqrt[3]{\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3}{4}} = \sqrt[3]{25} = 2{,}924cm$$

LA MEDIA POTENZIATA di ordine r=4 m_4

La MEDIA POTENZIATA di ordine r=4 appartiene all'insieme delle Medie Algebriche, le quali godono della proprietà di essere *invarianti* rispetto alla funzione definita sui dati:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(m, m, \ldots, m)$$

In particolare la MEDIA POTENZIATA di ordine r=4 è *invariante* rispetto alla funzione "somma delle quarte potenze".

Formule di CALCOLO della Media Potenziata di ordine r=4

Se si tratta di variabile DISCRETA e dati SEMPLICI:

$$m_4 = \sqrt[4]{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^4}{n}}$$

Se si tratta di variabile DISCRETA e dati PONDERATI:

$$m_4 = \sqrt[4]{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^4 f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}$$

Se tutti i valori della distribuzione sono positivi, allora le Medie potenziate di ordine r godono delle seguenti ***proprietà***:

I proprietà: $\boldsymbol{m_r}$ è funzione non decrescente di r.

II proprietà: proprietà dell'internalità di Cauchy:

$$x_{\min} \leq m_{-1} \leq m_0 \leq m_1 \leq m_2 \leq \ldots \leq x_{\max}$$