Corso di Fisica I – Modulo di Laboratorio

USO DI CALIBRO E MICROMETRO

Scopi dell'esperienza:

- Misurazione di piccole lunghezze con strumenti di diversa risoluzione. Uso del calibro ventesimale e del micrometro centesimale.
- Introduzione all'incertezza di misura dovuta alla risoluzione.
- Uso di istogrammi e loro normalizzazione in altezza e in area.
- Calcolo di parametri statistici: valor medio, varianza e scarto quadratico medio.
- Familiarizzazione con l'uso delle cifre significative.

Materiale a disposizione:

- *N* rondelle metalliche;
- 1 metro a nastro con risoluzione 1 mm;
- 1 calibro a cursore con risoluzione 0.05 mm;
- 1 micrometro (calibro a vite micrometrica) con risoluzione 0.01 mm.

Introduzione

La misurazione diretta di una grandezza fisica *G*, in questo caso spessore e diametro delle rondelle, si basa sul confronto con un'unità di misura *U*. Se usiamo il metro a nastro, l'unità di misura è *U* = 1 mm. Il risultato della misurazione, cioè la misura *X*, non è un valore numerico ben definito, bensì un intervallo di valori: $nU<X<(n+1)U$. La larghezza $\Delta X = U$ dell'intervallo corrisponde alla risoluzione dello strumento di misura. Alla risoluzione ΔX è associata un'incertezza δX nella misura. E' naturale esprimere la misura nella forma $X=X_0\pm\delta X$, dove X_0 è il valore centrale dell'intervallo di risoluzione, $\delta X=\Delta X/2$ è la sua semi-larghezza. L'incertezza di misura δX può essere ridotta diminuendo la risoluzione ΔX dello strumento. Il calibro a cursore ed il micrometro, per mezzo di artifici meccanici, consentono di ridurre la risoluzione delle misure di lunghezza rispettivamente a ΔX = 0.05 mm e ΔX = 0.01 mm.
Le *N* rondelle sono state prodotte dalla stessa macchina impostata con parametri prefissati; hanno cioè nominalmente la stessa lunghezza. Tuttavia, usando strumenti con risoluzione ΔX via via inferiore, è possibile mettere comunque in luce differenze tra le loro lunghezze. Le misurazioni eseguite sulle *N* rondelle non daranno quindi un unico valore di lunghezza $X_0\pm\delta X$, bensì una distribuzione di valori. La distribuzione dei valori di misura ottenuti con ciascuno degli strumenti a disposizione può essere rappresentata graficamente sotto forma di *istogramma*. In modo più sintetico, seppure meno completo, le caratteristiche principali di una distribuzione di misure sono riassunte da due parametri statistici: un parametro di posizione (il *valor medio*) e un parametro di dispersione (lo *scarto quadratico medio*).

Esecuzione dell'esperienza

Considerazioni generali

Lo svolgimento di ogni esperienza deve essere registrato sul quaderno di laboratorio per ogni gruppo di lavoro. Si inizi con la data, il titolo dell'esperienza, i nomi delle persone coinvolte. Si annotino quindi con ordine e in modo sintetico tutti i particolari degni di nota (strumenti usati, tabelle, grafici, istogrammi, calcoli, risultati, osservazioni, dubbi, etc.) man mano che l'esperienza procede. I dati raccolti durante l'esperienza ed annotati sul quaderno di laboratorio formeranno la base per la stesura della relazione e per eventuali successive analisi statistiche più approfondite. Le misure di seguito dovranno essere effettuate da tutti gli operatori.

1 - Misurazioni con il calibro a cursore (A)

Si misuri lo spessore delle *N* rondelle con il calibro a cursore (risoluzione 0.05 mm) e si disegni, l'istogramma dei risultati ottenuti (Istogramma A). Ogni colonna dell'istogramma individuerà un intervallo di risoluzione dello strumento: avrà una larghezza in scala proporzionale a ΔX_A = 0.05 mm ed un'altezza proporzionale al numero $n^*_{j,A}$ di valori di misura ottenuti in quell'intervallo di risoluzione.

Si faccia ben attenzione ad un uso corretto e consistente dei simboli. L'indice *i* individua le singole misure ($i = 1 \ldots N$); l'istogramma ha $\mathcal{N}$ colonne, individuate dall'indice *j* ($j = 1 \ldots \mathcal{N}$)

2 - Misurazioni con il micrometro (B)

Si ripeta la misurazione dello spessore delle *N* rondelle con il micrometro (risoluzione 0.01 mm) e si costruisca il corrispondente istogramma (Istogramma B).

Ogni colonna dell'istogramma individuerà ancora un intervallo di risoluzione dello strumento: la larghezza sarà ora, nella stessa scala dell'Istogramma A, proporzionale a ΔX_B = 0.01 mm e l'altezza sarà proporzionale al numero $n^*_{j,B}$ di valori di misura ottenuti in quell'intervallo di risoluzione.

3 - Istogrammi normalizzati in altezza

Si normalizzino in altezza entrambi gli istogrammi A e B, rappresentando in ordinata per ogni colonna le frequenze campionarie (o frequenze statistiche):

$$p_j^* = n_j^*/N.$$

4 - Istogrammi normalizzati in area

Si normalizzino in area entrambi gli istogrammi, rappresentando in ordinata per ogni colonna le densità campionarie (o densità statistiche):

$$f_j^* = \frac{n_j^*}{N\,\Delta X_j}.$$

5 - Parametri statistici

Per entrambi gli insiemi di misure A e B si calcolino:

il *valor medio campionario*

$$m^* = \langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \sum_{j=1}^{\mathcal{N}} x_j p_j^*,$$

la *varianza campionaria*

$$D^* = \langle (x - m^*)^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - m^*)^2 = \sum_{j=1}^{\mathcal{N}} (x_j - m^*)^2 p_j^*$$

e lo scarto quadratico medio campionario

$$\sigma^* = \sqrt{D^*}.$$

dove N è il numero totale di misurazioni e $\mathcal{N}$ il numero di colonne di ogni istogramma.

Si faccia ben attenzione ad esprimere i risultati dei calcoli con il corretto numero di cifre significative.

6 - Confronti

Si confrontino i due istogrammi A e B nelle tre diverse versioni (non normalizzati, normalizzati in altezza, normalizzati in area). Quale delle tre versioni è più adatta per il confronto?

Si confrontino i valori medi m^* e gli scarti quadratici medi σ^* dei due insiemi A e B di misure. Si valutino e si discutano le eventuali differenze. A cosa possono essere attribuite le eventuali differenze tra m^*_A e m^*_B? E le differenze tra σ^*_A e σ^*_B? Si discuta le eventuali differenze emerse nel confronto tra i dati ottenuti dalle misure dei diversi operatori.

7 - Risoluzione dello strumento e risoluzione di misura.

Per ridurre la risoluzione di misura del metro e del calibro è possibile effettuare una misura di dieci spessori contemporaneamente e poi dividere per dieci ottenendo una risoluzione 10 volte più piccola. Si effettui *N/10* misure di dieci spessori contemporaneamente, rispettivamente con il metro e con il calibro, e si rappresentino, come già fatto per le misure singole, gli istogrammi ed i parametri statistici. Si faccia un appropriato confronto anche con i valori ottenuti nelle misure singole, al fine di valutare e discutere eventuali differenze.

8 - Misura del diametro

Come effettuato per la misura dello spessore, si ripeta l'esperienza (tranne il punto 7) anche per la misura del diametro delle rondelle usando in questo caso anche il metro. Si evidenziano particolari differenze nei confronti tra istogrammi e parametri statistici? In caso emergano differenze, a cosa potrebbero essere dovute?

9 - Si sintetizzino i risultati ottenuti in una relazione di laboratorio.

Discussione e approfondimenti

Popolazioni e campioni

Le 60 rondelle di acciaio a disposizione di ogni singolo gruppo possono essere considerati un campione di una popolazione costituita da tutti le *N* rondelle presenti in laboratorio.

Per convenzione utilizziamo l'asterisco * per contrassegnare parametri statistici relativi ad un campione, che chiamiamo parametri campionari (ad esempio: valor medio campionario m^*, varianza campionaria D^*, etc.). I simboli senza asterisco sono utilizzati, quando necessario, per individuare i corrispondenti parametri dell'intera popolazione.

Cifre significative e approssimazioni

A causa dell'inevitabile incertezza, la misura di una grandezza fisica è sempre un valore approssimato, ed è quindi necessario fare attenzione ad un corretto uso delle cifre significative. Il numero di cifre significative si ottiene contando le cifre da sinistra verso destra, a partire dalla prima cifra diversa da zero. Gli eventuali zeri a sinistra delle cifre significative hanno valore puramente posizionale.

Quando si eseguono calcoli su valori numerici approssimati, le cifre del risultato non sono in genere tutte significative; il risultato deve venire perciò arrotondato in modo da mantenere solo le cifre significative.

Ad esempio, si abbiano tre numeri approssimati con 4 cifre significative ciascuno (19.90, 19.92, 19.95) e se ne voglia calcolare il valor medio. Usando una calcolatrice tascabile si ottiene il numero 19.923333, con 8 cifre. Poiché siamo partiti da numeri con 4 cifre significative, anche il valor medio deve avere solo 4 cifre significative. Il valore calcolato va quindi arrotondato a 19.92.

Incertezza massima e incertezza tipo

Quando l'incertezza δX di misura è dovuta alla risoluzione ΔX, appare ragionevole porre $\delta X = \Delta X /2$ (*incertezza massima*), come abbiamo fatto sopra.

Per poter meglio confrontare i valori delle diverse cause di incertezza, è generalmente preferibile utilizzare una diversa valutazione dell'incertezza dovuta alla risoluzione (*incertezza tipo*), e cioè

$$\delta X = \Delta X/\sqrt{12}.$$