

# Supplementari

Esercizi, Calcolo Numerico e laboratorio, a.a. 2016/2017

Giacomo Albi

## Esercizi 26.04

1. Studiare gli zeri della funzione  $f_\gamma(x) = 2 \sin(x) - \gamma x$ , in  $x \in [-\pi, \pi]$ , e per  $\gamma \geq 0$ .

- Quante radici ha l'equazione  $f_\gamma(x) = 0$  al variare di  $\gamma$ ?
- scrivere uno "pseudo-codice" in linguaggio Matlab/Octave che trovi, al variare di  $\gamma \in [0, 4]$ , le soluzioni di  $f_\gamma(x) = 0$  dove possibile con il metodo delle secanti.
- Studiare la convergenza globale del metodo di Newton al variare di  $\gamma$ . (Verificare per quali  $x$  si ha  $f_\gamma(x)f_\gamma''(x) > 0$ ).

2. Dato il sistema

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = k \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

- Si scriva il sistema in forma matriciale  $Ax = b$  e si calcoli tramite il metodo di eliminazione di Gauss la sua fattorizzazione LU.
- Si trovi il vettore soluzione  $x$  per  $k = 1$ .
- Si scriva uno "pseudo-codice" Matlab/Octave che chieda in input il valore di  $k$  e che trovi le soluzioni date da tutte le possibili permutazioni del vettore termini noti  $b = (k, 2, 3)^T$ .

3. Data la matrice  $A$  di ordine 4 con parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \alpha \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- si calcoli tramite l'eliminazione di Gauss la sua fattorizzazione LU.
- si dica per quali valori di  $\alpha$  la matrice  $A$  è singolare.

- Si calcoli la matrice inversa  $A^{-1}$  per i valori di  $\alpha$  per cui non è singolare. Hint: Si usi la fattorizzazione  $LU$ , e  $A^{-1} = U^{-1}L^{-1}$ . Inoltre visto che  $L = Id + E$  con

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

allora  $L^{-1} = Id - E$ , con  $Id$  la matrice identità.