EX3

Calcolare, se $\exists$, $\displaystyle\int_2^3 (2x-1)\ln(x-1)\,dx$

Ris

$f(x) = (2x-1)\ln(x-1)$ e' definita e continua in $(1,+\infty)$

perché prodotto di composte di funzioni continue.

f e' continua in $[2,3] \Rightarrow \exists \displaystyle\int_2^3 f(x)\,dx$

$$\int (2x-1)\ln(x-1)\,dx \underset{\substack{\uparrow \\ \text{per parti}}}{=}$$

$$\int f'g = fg - \int fg' \qquad \text{con} \quad f' = 2x-1 \qquad g = \ln(x-1)$$
$$f = x^2 - x \qquad g' = \frac{1}{x-1}$$

$$\int (2x-1)\ln(x-1)\,dx = (x^2-x)\ln(x-1) - \int (x^2-x)\frac{1}{x-1}\,dx =$$

$$= (x^2-x)\ln(x-1) - \int x\,\frac{\cancel{x-1}}{\cancel{x-1}}\,dx = (x^2-x)\ln(x-1) - \frac{x^2}{2} + c$$

$$\int_2^3 f(x)\,dx = \left[(x^2-x)\ln(x-1) - \frac{x^2}{2}\right]\Bigg|_2^3 = 6\ln 2 - \frac{9}{2} - (2\underset{0}{\underset{\shortparallel}{\ln 1}} - 2) =$$

$$= 6\ln 2 - \frac{5}{2}$$

Condizioni sufficienti

Hp $f: [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$

1) se f è continua in $[a,b] \Rightarrow \exists \displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$

2) se f è monotona in $[a,b] \Rightarrow \exists \displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$

3) se f è limitata e f continua in $[a,b] \setminus \{x_1, \dots, x_n\}$ con $x_1, \dots, x_n \in [a,b]$

$\Rightarrow \exists \displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$

EX3 fila C