Foglio 2

Da consegnare Giovedi 18 ottobre all'inizio della lezione.

Esercizio 1 (Punti 8)**.** Determinare le soluzioni del seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 2x_1 + 4\,x_3 + 2i\,x_4 = -2i \\ x_1 - x_2 + (1-i)\,x_3 + i\,x_4 = 0 \\ 2\,x_2 - x_3 = 1 \\ i\,x_2 + (1-i)\,x_3 = 1 \\ -\,i\,x_1 = 0 \end{cases}$$

Esercizio 2 (Punti 8)**.** Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{C}$, la forma ridotta, le colonne dominanti, le colonne libere e il rango della matrice

$$M_\alpha = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 0 & \alpha \\ \alpha+1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -\alpha & 2 & 1-\alpha \end{bmatrix}$$

Esercizio 3 (Punti 8)**.** Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente sistema ammette un'unica soluzione e per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ ammette infinite soluzioni dipendenti da un parametro.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2\alpha x_3 = 1 \\ x_2 - x_3 = 0 \\ \alpha x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_3 - \alpha x_4 = \alpha \end{cases}$$

Esercizio 4 (Punti 6)**.** ☻ Si consideri l'insieme $M_2(\mathbb{R})$ delle matrici 2×2 a coefficienti in $\mathbb{C}$. Dimostrare che $XA = AX$ per ogni $X \in M_2(\mathbb{R})$ se e solo se A è una matrice scalare.

N.B.
Il simbolo ☻ denota esercizi giudicati **difficile**.