

I appello Logica e Matematica Discreta  
20 giugno 2013

---

**Esercizio 1 (6 punti)**

Dare la definizione di interpretazione/valutazione  $v: FBF \rightarrow \{0,1\}$  per la logica proposizionale.

Utilizzando la definizione si mostri che per ogni formula  $A$  si ha:  $v(A \rightarrow A) = 1$ .

---

**Esercizio 2 (6 punti)**

Esibire un esempio di grafo orientato connesso tale che esistano almeno due vertici  $v, w$  per i quali *non esiste alcun cammino da  $v$  a  $w$  e non esiste alcun cammino da  $w$  a  $v$* .

---

**Esercizio 3 (6 punti)**

Dimostrare che  $A \wedge B \equiv C \vee (A \vee B)$ .

---

**Esercizio 4 (6 punti)**

Sia  $| \subseteq \mathbb{N} - \{0\} \times \mathbb{N} - \{0\}$  la relazione di divisibilità tra numeri naturali diversi da zero ( $n|m$  sse  $\exists k. n \times k = m$ ).

Dimostrare che la relazione  $|$  è un ordine parziale su  $\mathbb{N} - \{0\}$ .

---

**Esercizio 5 (6 punti)**

Dimostrare (per induzione) che se  $A$  è un insieme finito allora  $|\mathcal{P}(A)| = 2^{|A|}$ .

---

**Esercizio 6 (6 punti)**

Sia  $A$  un insieme finito parzialmente ordinato. Dimostrare che  $A$  ha almeno un elemento minimale.

---