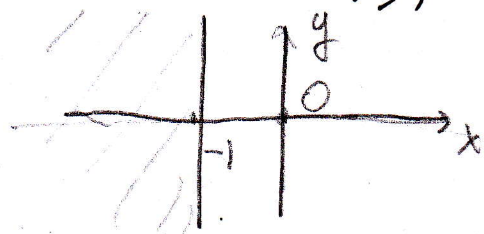
① Studiare, se $\exists$, $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ e se f è continua in (0,0), ove

a) $f(x,y)=\sqrt{-x^3y^2-x^2y^2}=\sqrt{-x^2y^2(x+1)}$



b) $f(x,y)=\dfrac{1-\cos xy}{x^2+y^2}$

Def Sia $F: A\subset\mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^p$ $x_0\in A$

se x_0 è un punto isolato di A $\Rightarrow$ F è continua in x_0

se x_0 è di accumulazione per A $\Rightarrow$ F è continua in x_0 se

$\exists \lim_{x\to x_0} F(x)=F(x_0)$

a) Sia $f(x,y)=\sqrt{-x^2y^2(x+1)}$

$A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x\leq -1\}\cup\{x=0\}\cup\{y=0\}$

f è continua in A $\Rightarrow \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=f(0,0)=0$

b) $f(x,y)=\dfrac{-\cos xy+1}{x^2+y^2}$

$A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (x,y)\neq(0,0)\}=\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$

$(0,0)\notin A \rightarrow$ f non è continua in (0,0)

(0,0) è di accumulazione per A

Calcolo f sugli assi

$f|_{x=0}(x,y)\equiv 0\equiv f|_{y=0}(x,y)$

$\Rightarrow$ il limite, se $\exists$, vale 0

Fuori dagli assi $\quad \dfrac{1-\cos xy}{x^2+y^2}=\dfrac{1-\cos(xy)}{(xy)^2}\cdot\dfrac{(xy)^2}{x^2+y^2}$

Per il teorema sui limiti per sostituzione

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{1-\cos(xy)}{(xy)^2}=\dfrac{1}{2}$

EX1 foglio B part 1