Esercizi di Statistica per Biotecnologie

Federico Di Palma

Parte I) Statistica Desrittiva

Indici sintetici e rappresentazioni grafiche per caratteri monovarianti.

Esercizio 1)

Si è rilevato il genere di 18 unità statistiche.

M M F F M F F F M
F M F F F M M F M

Indicare il tipo di carattere, scegliere una rappresentazione grafica idonea ed un appropriato indice di posizione.

Esercizio 2)

Si è rilevato il peso (espresso in Kg) di 15 unità statistiche.

15 21 23 34 30 45 22 23 22 33 23 19 43 39 31

Indicare il tipo di carattere, scegliere una rappresentazione grafica idonea ed un appropriato indice di posizione e di variabilità.
Rappresentare mediante istogramma i dati.

Esercizio 3)

Una azienda vuole monitorare il numero di pezzi giornaliere guasti prodotti da una macchina. Nell'ultimo mese (25 gg lavorativi) si sono rilevate le seguenti osservazioni.

0 0 1 1 3 0 3 1 3 2 2 3 5 6 7 6 3 1 0 0 1 2 3 2 5

Indicare il tipo di carattere, scegliere una rappresentazione grafica idonea e calcolare tutti gli indici di posizione e di variabilità possibili.

Esercizio 4)

Gaficare mediante box plot i seguenti dati (N = 25).

0.4 1.2 1.3 3.1 3.1 0.9 3.0 1.0 2.3 2.6
0.5 2.5 3.0 5.6 6.5 7.4 6.3 3.1 1.2 0.7
0.6 0.3 1.3 2.2 3.5

Indicare la presenza di eventuali outlier.

Esercizio 5)

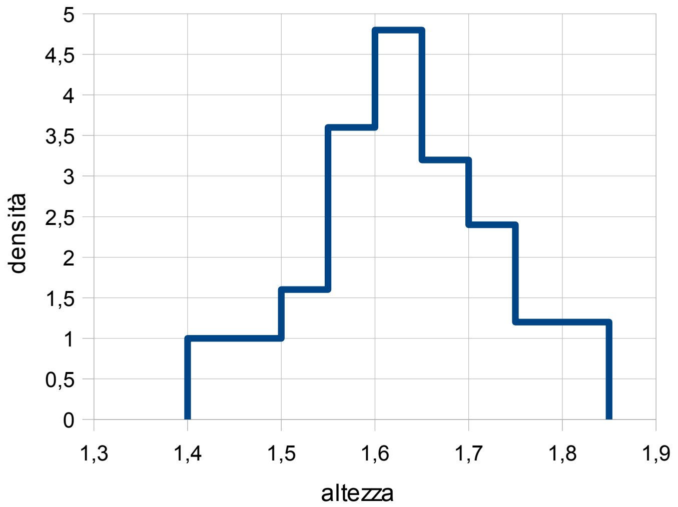
Si consideri la seguente tabella ad entrata semplice.

Classi	Frequenze assolute
0 -- 10	10
10 -- 15	14
15 -- 20	30
20 -- 25	30
25 -- 30	21
30 --40	5

Calcolare in tabella moda, media e mediana. Rappresentare mediante istogramma i dati. Quale indice è più efficace? Motivare la risposta. Calcolare lo scarto quadratico medio

Esercizio 6)

Dato il seguente istogramma relativo a 100 unità statistiche



determinare

1) quanti elementi hanno un altezza superiore al metro e sessantacinque.
2) quanti elementi hanno un altezza compresa fra un metro e cinquanta ed un metro e sessantacinque.
3) Indicare la media
4) Indicare la moda
5) Indicare la mediana.
6) Indicare la distanza interquartile.

Esercizio 7)

15% 23% 90% 18% 20%	18% 50% 70% 26% 30%
31% 55% 56% 34% 23%	82% 34% 58% 61% 34%

1) Si rappresentino le osservazioni mediante box-plot.
2) Si divida la popolazione in classi e si realizzi un istogramma basato sulle classi identificate.
3) Si calcoli la mediana e la distanza interquartile basandosi solo sull'istogramma determinato al punto precedente.

Esempi di domande preliminari di teoria

1. Il grafico a torta può essere utilizzato per ogni tipo di popolazione	V	F
2. In un istogramma l'atezza di un rettangolo è data dalla frequenza relativa della classe corrispondente al rettangolo.	V	F
3. In un diagramma a barre l'atezza di un rettangolo è data dalla frequenza della modalità corrispondente al rettangolo.	V	F
4. la distanza interquartile è un indice di asimmetria	V	F
5. la media, la moda e la mediana hanno sempre valori diversi se le osservazioni sono indipendenti	V	F
6. La media e la varianza indicano il grado di normalità di una v.c.	V	F
7. Il coefficiente di curtosi indica il grado di asimmetria di una popolazione	V	F
8. Il coefficiente di curtosi indica il grado di normalità di una popolazione	V	F
9. La media è sempre un osservazione	V	F
10. Gli outlier sono valori che si pensa non possano essere attendibili	V	F
11. Esiste un metodo certo per individuare gli outlier	V	F
12. Il box-plot viene usato per rappresentare caratteri qualitativi	V	F

Indici sintetici e rappresentazioni grafiche per caratteri bivariati.

Esercizio 1)

Si vuole rilevare l'efficacia di un trattamento medico contro l'infezione din particolare virus. Per questo scopo sono state prelevare 100 cavie che son state infettate con il visrus in oggetto. Di queste cavie solo metà è stata trattata con il nuovo trattamento ottenedo che il virus è regredito nel 30 % dei casi, rimasto stabile nel 20 % dei casi mentre nei restanti casi è peggiorato. La metà delle cavie che non ha subito il trattamento ha mostrato un peggioramento nel 50 % dei casi, mentre solo in 6 casi si è rilevato un miglioramento. Partendo da questi dati

1) Si ricavi una descrizione tabellare dell'esperimento.
2) supponendo di estrarre a caso una cavia fra le 50 iniziali, qual'è la probabilità che questa
   a) abbia ricevuto il trattamento.
   b) abbia ricevuto il trattamento e sia migliorata.
   c) abbia ricevuto il trattamento e non sia peggiorata.
   d) sia migliorata, sapendo che non ha ricevuto il trattamento.

3) Si calcoli un indice di posizione idoneo a descrivere l'esito dell esperimento (nella sua complessità).

Esercizio 2)

Si consideri la seguente tabella a doppia entrata:

		Y				
		0	**1**	**2**	**3**	**4**
X	**10**	10	4	3	12	6
	20	5	15	7	13	2
	30	35	6	8	11	1
	40	0	10	12	9	1

a)Completare la tabella aggiungendo le distribuzioni marginali

b)Descrivere la distribuzione bi-variata mediante un indice di posizione e di varibiabilità adeguato.

c)Dall'analisi dei soli dati calcolati al punto precedente è possibile ottenere delle indicazioni in merito ad un possibile legame fra i due caratteri.

Esercizio 3)

Date le seguenti osservazioni relative alla taglia ed il genere di 10 persone:

Genere (G)	M	M	F	M	M	F	F	F	M	M
Taglia (T)	S	L	L	XL	XL	S	M	M	XL	M

Costruire una tabella a doppia entrata e calcolare un indice di posizione adeguato per le due serie monovariate e per la serie bivariata..

Esercizio 4)

Si vuole stabilire se il reddito sia correlato al numero di figli presenti in un nucleo familiare. Si sono osservate 20 familie e si è misurato il reddito annuo (in migliaia di euro) ed il numero di figli.

Reddito	19	18	40	70	45	35	43	19	43	40
Figli	1	2	1	0	0	1	2	1	1	2
Reddito	26	34	43	34	29	27	48	38	32	23
Figli	2	1	3	2	0	2	4	2	2	2

a) Provare a descrivere l'eventuale legame mediante una retta di regressione.

b) Ipotizzando il legame attendibile

- b1) quanti figli dovrebbe avere una famiglia in cui il reddito sia di 100 mila euro l'anno?
- b2) che stipendio dovrebbe avere una familia composta da 5 figli?

c) Verificare la validità della regressione ottenuta mediante il coefficiente di Pearson.

Esempi di domande preliminari di teoria

1. La media di una serie bivariata si ottiene calcolando la media dei caratteri che compongono la serie.	V	F
2. La moda di una serie bivariata si ottiene calcolando la media dei caratteri che compongono la serie.	V	F
3. L'indice di posizione di una serie bivariata si ottiene calcolando la media dei caratteri che compongono la serie.	V	F
4. Gli indici di posizione per le serie bivariate sono: media, moda e mediana.	V	F
5. In una serie bivariata non è possibile calcolare la mediana	V	F
6. La retta di regressione passa sempre per la media di una serie bivariata	V	F
7. La retta di regressione può essere calcolata solo se vi è un effettivo legame fra i caratteri della bivariata, in caso contrario non è possibile calcolarla	V	F
8. L'indice di variabilità di una bivariate è uno scalare	V	F
9. L'indice di variabilità di una bivariata è una matrice	V	F
10. La covarianza indica la variabilità congiunta di due caratteri	V	F
11. La covarianza indica la variabilità dei caratteri di una bivariata	V	F
12. Il coefficiente di correlazione del Pearson è indipendente dalla covarianza	V	F
13. Il coefficiente di correlazione del Pearson è indipendente dalla variabilità	V	F

Parte II) Probabilità

Calcolo delle probabilità

Esercizio 1)
In uno scaffale della libreria vi sono 30 libri: 5 romanzi storici, 5 saggi, 7 fantasy, 8 di fantascienza, 4 romanzi rosa ed un dizionario. Dalla libreria si estrare un solo libro a caso.

1.1) Calcolare la probabilità dei seguenti eventi.

A: estrarre un libro di narrativa.
B: estrarre un fantasy.
C: estrarre un libro a carattere fantastico (fantasy o fantascienza)

1.2) Indicare se le seguenti osservazioni sono vere o false

• Gli eventi C e B sono indipendenti	V	F
• Gli eventi A e C sono indipendenti	V	F
• Gli eventi C e B sono incompatibili	V	F
• Gli eventi A e C sono incompatibili	V	F

1.3) Descrivere a parole e calcolare la probabilità dell'evento complementare di A.

Esercizio 2)
Si lancia una coppia di dadi a sei facce,

2.1) determinare le probabilità dei seguenti eventi.

A: che la somma delle facce sia 7 o 11.
B: che si ottenga un numero dispari su entrambi i dadi.
C: che almeno uno dei dadi realizzi un uno.
D: che la differenza fra i due dadi sia di 4.

2.2) Indicare se le seguenti osservazioni sono vere o false

• Gli eventi C e B sono indipendenti	V	F
• Gli eventi A e C sono indipendenti	V	F
• Gli eventi C e B sono incompatibili	V	F
• Gli eventi A e D sono incompatibili	V	F

Esercizio 3)
Sono date le seguenti probabilità che insistono sullo stesso spazio degli eventi *U*.

- $P(A) = 0.4$;
- $P(B) = 0.7$;
- $P(C) = 0.2$
- $P(B|A) = 0,75$

Calcolare le seguenti probabilità sapendo che l'evento C è incompatibile sia con l'evento A che con l'evento B.

$$P(A\cap C);\quad P(A\cup C);\quad P(A|C);$$
$$P(C\cap A);\quad P(A\cup B);\quad P(A|B);$$

Variabili Casuali

Esercizio 1)
Si consideri la variabile casuale X= somma ottenuto dal lancio di due dadi a 4 faccie.

1.1) determinare la distribuzione di probabilità di *X*.
1.2) Calcolare *E[X]*.
1.3) Calcolare *Var[X]*.

Esercizio 2)
Si consideri la variabile casuale X= numero di teste ottenute lanciando 6 volte una moneta onesta.

1.1) determinare la distribuzione di probabilità di *X*.
1.2) Calcolare *E[X]*.
1.3) Calcolare *Var[X]*.

Esercizio 3)
Si vuole misurare la circonferenza di una cultura circolare mediante misurazioni al microscopio elettronico. Il produttore del microscopio garantisce che la Varianza delle misurazioni è pari a 1 micrometro. Sapendo che il valore atteso delle misurazioni è pari a 13 micron.

1.1) Calcolare il valore atteso della circonferenza misurata.
1.2) Calcolare la varianza della circonferenza misurata..
1.3) Cosa sarebbe cambiato se si fosse voluta calcolare la superfice della cultura?

Esercizio 4)
Si consideri la variabile casuale X: concentrazione di globuli bianchi nel sangue di un maschio sano. Sapendo che la *E[X]= 0.005 e Var[X]= 0.02*, deteminare un intervallo di concetrazioni che abbia una probabilità pari ad almeno l'80% di contenere una realizzazione di X.

Esercizio 5)
Si considerino le seguenti variabili casuali indipendenti

X: rendimento di un investimento obbligazionario in un anno
Y: rendimento di un investimento azionario in un anno

Disponendo di un capitale iniziale di 1000 euro si ha che

$X \sim 10000\,(1+Chi2(1))$.
$Y \sim 10000\, N(2,1)$.

1) Determinare con che probabilità il capitale finale supera il doppio del capitale inziale nei due investimenti.
2) Considerando un investimento misto in cui si investe 500 euro in ambo gli investimenti, determinare:

1) Il valore atteso del nuovo investimento
2) La varianza del nuovo investimento
3) Individuare un intervallo di rendimenti simmetrici rispetto al valor medio con una probabilità di almeno il 60%

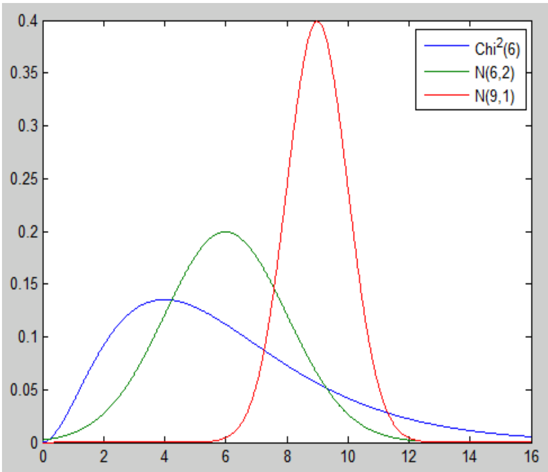
Esercizio 6)
Sia X ~ Bin(60; 0.1). Determinare

1) E[X];
2) Var[X];
3) P(0<=X<=10).

Esercizio 7)
Sia X ~ Chi2(60). Determinare

1) E[X];
2) Var[X];
3) P(0<=X<=10).

Esercizio 8)
Si considerino le d.d.p. a lato e si indichi



1) quella con varianza maggiore
2) quella con valore atteso maggiore
3) quella con maggiore coefficente di asimmetria.
4) quella con maggior indice di curtosi

Esempi di domande preliminari di teoria: (probabilità)

1. Due eventi incompatibili sono sempre indipendenti	V	F
2. Due eventi incompatibili sono sempre dipendenti	V	F
3. La probabilità dello spazio degli eventi è l'evento certo	V	F
4. La probabilità dello spazio degli eventi è l'evento impossibile	V	F
5. P(A u B) al massimo è pari a P(A) + P(B)	V	F
6. Nota la probabilità dell'evento A non sempre so calcolare la probabilità dell'evento complementare.	V	F
7. La probabilità di un evento condizionato P(A|B) non è mai uguale a quella dell'evento non condizionato P(A).	V	F
8. dati due eventi A e B si ha che P(A|B) = P(B|A)	V	F
9. dati due eventi A e B indipendenti si ha che P(A|B) = P(B|A)	V	F
10. dati due eventi A e B incompatibile si ha che P(A|B) = P(B|A)=0	V	F
11. dati due eventi A e B incompatibile si ha che P(A|B) = P(B|A)=1	V	F
12. P(A|B) indica la probabilità che si verifichi B sapendo che A si è verificato	V	F
13. P(A|B) indica la probabilità che si verifichi A sapendo che B si è verificato	V	F

Esempi di domande preliminari di teoria: (variabili casuali)

1. Una variabile casuale è una grandezza il cui valore dipende dal verificarsi di un evento	V	F
2. Una variabile casuale continua viene definita mediante una funzione che associa ad ogni realizzazione la probabilità che questa si verifichi.	V	F
3. Una variabile casuale discreta viene definita mediante una funzione che associa ad ogni realizzazione la probabilità che questa si verifichi.	V	F
4. Il valore atteso di una v.c. indica il valore associato all'evento con la probabilità maggiore.	V	F
5. Il valore atteso di una v.c. indica il valore che ci si attende mediando un numero elevato (teoricamente infinto) di realizzazioni.	V	F
6. Il valore atteso di una v.c. conincide con la media della v.c.	V	F
7. Il valore atteso viene definito solo per v.c. continue.	V	F
8. Il valore atteso viene definito solo per v.c. discrete.	V	F
9. Date due varibili casuali indipendenti X ed Y ho che E[X+Y] = E[Y] + E[X]	V	F
10. Date due varibili casuali indipendenti X ed Y ho che E[X+2Y] = E[Y] +4 E[X]	V	F
11. Date due varibili casuali indipendenti X ed Y ho che Var[X-Y] = E[Y] + E[X]	V	F
12. Date due varibili casuali indipendenti X ed Y ho che Var[X-Y] = E[Y] - E[X]	V	F
13. La v.c. normale standardizzata viene descritta da due parametri:il valore atteso e la varianza.	V	F
14. La v.c. normale viene descritta da due parametri:il valore atteso e la varianza.	V	F
15. La v.c. uniforme ha un solo parametro.	V	F
16. La v.c. chi quadrato ha un solo parametro chiamato livello di confidenza.	V	F
17. La v.c. chi quadrato ha un solo parametro chiamato gradi di libertà.	V	F
18. La distribuzione limite di una binomiale asimmetrica per n che tende a infinto è un chi-quadrato	V	F
19. La distribuzione limite di una binomiale asimmetrica per n che tende a infinto è una nomale	V	F
20. Il teorema del limite centrale dice che la distribuzione di una v.c. per n che tende ad infinito è sempre una normale indipendetemente dalla sua d.d.p.	V	F
21. Il teorema del limite centrale dice date n vv. cc. i.i.d. la media di queste variabili casuali per n che tende ad infinito si distribuisce come una normale	V	F
22. Date due variabili i.i.d. X ed Y, ho che E[X] = E[Y]	V	F
23. Il valore atteso di due variabili i.i.d. può essere diverso	V	F

Parte III) Inferenza
Stima

Esercizio 1)
Si sono ottenute le seguenti osservazioni estratte da una V.C.

8	6	5	9	8	8	7	5	6	7
4	7	8	9	8	7	7	7	6	4

Determinare
a) una stima puntuale del valore atteso e della varianza.
b) una stima per intevallo con un livello di confidenza del 95% del valore atteso
c) una stima per intevallo con un livello di confidenza del 90% del valore atteso

Esercizio 2)
Risolvere l'esercizio precedente supponendo di conoscere la varianza della popolazione. Var[P] = 2.1.

Quali punti del precedente esercizio subiscono modifiche?

Esercizio 3)
Si vuole verificare il grado di efficacia di un nuovo farmaco contro la candida (infezione micotica). Per questo si sono infettate 16 cavie e si è effettuato il trattamento per 7 gg. Finito il trattamento si e' misurata l'area della micosi ottenendo i seguenti valori.

12	5	6	7	8	9	18	6
12	4	6	7	5	17	4	9

1) Stimare puntualmente e 2) con una confidenza del 95% il valore atteso di una sperimentazione su ampia scala

3) Supponendo che in una cavia sana la candida in 7 gg raggiunge un'area pari a 11 che conclusioni si possono trarre?

Esercizio 4)
Si consideri la variabile casuale casuale W. Si sa che la variabile W dipende dalla variabile casuale X secondo la legente legge.

$$W= 3 X +2.$$

Sapendo che la variabile X è la stessa descritta nell'esercizio 1) sfruttare quanto calcolato per determinare

a) una stima puntuale del valore atteso e della varianza di W.
b) una stima per intevallo con un livello di confidenza del 95% del valore atteso di W
c) una stima per intevallo con un livello di confidenza del 90% del valore atteso di W

Test di Ipotesi.

Esercizio 1).

Nel 2008 è stato stimato che il tempo in cui un laureato in Biotecnologia trova lavoro è di 5 mesi. Per verificare se il dato è ancora attendibile si è estratto un campione di 30 laureati cui si è chiesto dopo quanti mesi hanno trovato il loro primo impiego. La statistica ottenuta ha mostrato i seguenti indici sintetici.

Moda: 7 mesi,   Media: 5.5 mesi, Varianza campionaria: 1 mese

a) Verificare se l'ipotesi dell'anno 2008 sia ancora attendibile.
b) Cosa sarebbe cambiato se, invece della varianza campionaria, fosse stata fornita la varianza?

Esercizio 2)

Si vuole verificare se una moneta sia onesta, per tanto vengono effettuati diversi lanci della moneta di cui vengono registrati gli esiti ottenendo che il numero di teste ottenute è il 65% del totale.

a) Determinare quanti lanci occorre fare per avere una risposta attendibile
b) Supponendo che siano stati effettuati i lanci al punto a, determinare se la moneta è attendibile.

Esercizio 3)

Si vuole rilevare l'efficacia di un trattamento medico contro l'infezione di un particolare virus. Per questo scopo sono state prelevare 70 cavie che son state infettate con il visrus in oggetto e si è applicato il trattamento solo ad una porzione di esse lasciando le rimanenti in balia della malattia. Dopo 3 settimane si è monitorato lo stato dell'infezione nelle cavie ottenendo la seguente distribuzione bivariata.

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="3">Y</td><td rowspan="2">Totali</td></tr>
<tr><td>Aumento</td><td>Stabile</td><td>Diminuzione</td></tr>
<tr><td rowspan="2">X</td><td>Nessun trattamento</td><td>12</td><td>4</td><td>4</td><td>20</td></tr>
<tr><td>Trattamento</td><td>15</td><td>25</td><td>20</td><td>60</td></tr>
<tr><td colspan="2">Totali</td><td>27</td><td>29</td><td>24</td><td>80</td></tr>
</table>

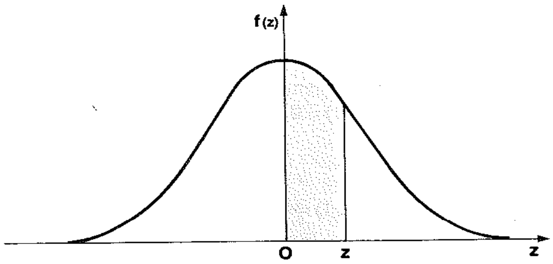
Verificare statisticamente l'efficacia del trattamento.

Esempio di domande preliminari di Teoria: Inferenza

1. Uno stimatore è un numero o un intervallo calcolato dalle osservazioni di un campione.	V	F
2. Uno stimatore è una funzione delle osservazioni di un campione.	V	F
3. Uno stimatore è realizzazione di una variabile casuale.	V	F
4. Una stima è è un numero o un intervallo calcolato dalle osservazioni di un campione.	V	F
5. Una stima è una funzione delle osservazioni di un campione.	V	F
6. La media campionaria fornisce una stima il valore atteso	V	F
7. La media campionaria gode della proprietà di consistenza	V	F
8. La media campionaria è distribuita come una normale per ogni campione.	V	F
9. Il livello di confidenza determina l'ampiezza della stima per intervallo.	V	F
10. Il livello di confidenza si indica con una probabilità.	V	F
11. Il livello di confidenza dovrebbe sempre essere impostato al valore massimo.	V	F
12. Nota l'ipotesi nulla, l'ipotesi alternativa si determina in maniera univoca.	V	F
13. Nota l'ipotesi nulla, l'ipotesi alternativa viene scelta fa diverse opzioni.	V	F
14. Sole alcune ipotesi nulle ammettono una sola ipotesi alternativa.	V	F
15. La frase "La varianza della popolazione è superiore a 15" può essere un ipotesi nulla.	V	F
16. La frase "La varianza della popolazione è superiore a 15" può essere un ipotesi alternativa.	V	F
17. Il livello si significatività rende il test di ipotesi più o meno selettivo.	V	F
18. Il risultato di un test di ipotesi è la stima di uno o più parametri della popolazione ideale.	V	F
19. Il risultato di un test di ipotesi è l'accettazione o il rifiuto di un'ipotesi iniziale.	V	F
20. Il risultato di un test di ipotesi è l'accettazione di una delle due ipotesi iniziali.	V	F

Appendice: Tabelle di probabilità

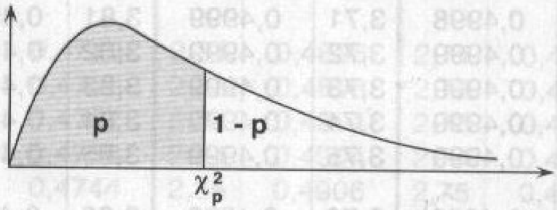
Integrale della distribuzione normale



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

Integrale della distribuzione chi quadrato

Valori percentili con ν gradi di libertà



1 - p

ν \ p	0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,25	0,50	0,75	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,0039	0,0158	0,102	0,455	1,32	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,8
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	0,211	0,575	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6	13,8
3	0,0717	0,115	0,216	0,352	0,584	1,21	2,37	4,11	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8	16,3
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9	18,5
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7	20,5
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5	22,5
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3	24,3
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	5,07	7,34	10,2	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0	26,1
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	8,34	11,4	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6	27,9
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	9,34	12,5	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2	29,6
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	7,58	10,3	13,7	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8	31,3
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	8,44	11,3	14,8	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3	32,9
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	9,30	12,3	16,0	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8	34,5
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	10,2	13,3	17,1	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3	36,1
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	11,0	14,3	18,2	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8	37,7
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,9	15,3	19,4	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3	39,3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	12,8	16,3	20,5	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7	40,8
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	13,7	17,3	21,6	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2	42,3
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	14,6	18,3	22,7	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6	43,8
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	15,5	19,3	23,8	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0	45,3
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	16,3	20,3	24,9	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4	46,8
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	17,2	21,3	26,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8	48,3
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	18,1	22,3	27,1	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2	49,7
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	19,0	23,3	28,2	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6	51,2
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	19,9	24,3	29,3	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9	52,6
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	20,8	25,3	30,4	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3	54,1
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	21,7	26,3	31,5	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6	55,5
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	22,7	27,3	32,6	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0	56,9
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	23,6	28,3	33,7	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3	58,3
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	24,5	29,3	34,8	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7	59,7
40	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	33,7	39,3	45,6	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8	73,4
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	42,9	49,3	56,3	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5	86,7
60	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	52,3	59,3	67,0	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0	99,6
70	43,3	45,4	48,8	51,7	55,3	61,7	69,3	77,6	85,5	90,5	95,0	100	104	112
80	51,2	53,5	57,2	60,4	64,3	71,1	79,3	88,1	96,6	102	107	112	116	125
90	59,2	61,8	65,6	69,1	73,3	80,6	89,3	98,6	108	113	118	124	128	137
100	67,3	70,1	74,2	77,9	82,4	90,1	99,3	109	118	124	130	136	140	149