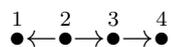


Lidia Angeleri, Francesca Mantese
Università di Verona, 2010/11
Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Introduzione alla teoria delle rappresentazioni di grafi
Prova scritta del 28 giugno 2011

1. Si determini il quiver di Auslander-Reiten dell'algebra dei cammini Λ del quiver



(8 punti)

Inoltre

- (a) si trovi una rappresentazione per il modulo τI_2 ;
- (b) si determini la sequenza di Auslander-Reiten che termina con il modulo I_2 ;
- (c) si verifichi che $\text{Ext}_\Lambda^1(S_3, S_3) = 0$.

(6 punti)

2. Sia R un anello e siano A, C due R -moduli. Si dia la definizione di $\text{Ext}_R^1(C, A)$ come insieme delle classi di equivalenza di sequenze esatte corte e si descriva la struttura di gruppo su $\text{Ext}_R^1(C, A)$.

(10 punti)

3. Sono veri o falsi i seguenti enunciati su un'algebra di dimensione finita Λ ?

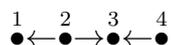
- (a) Dati due Λ -moduli A, C , si ha $\text{Ext}_R^1(C, A) \cong \text{Ext}_R^1(A, C)$.
- (b) Il radicale di ogni Λ -modulo indecomponibile iniettivo è massimale.
- (c) Ogni sottomodulo proprio di un Λ -modulo indecomponibile proiettivo è inessenziale.

(6 punti)

Lidia Angeleri, Francesca Mantese
Università di Verona, 2010/11
Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Introduzione alla teoria delle rappresentazioni di grafi
Prova scritta del 27/9/2011

1. Si determini il quiver di Auslander-Reiten dell'algebra dei cammini Λ del quiver



(8 punti)

Inoltre

- (a) si trovi una rappresentazione per il modulo τI_2 ;
- (b) si determini la sequenza di Auslander-Reiten che termina con il modulo I_2 ;
- (c) si calcoli $\text{Ext}_{\Lambda}^1(\tau^{-} P_1, \tau^{-} P_1)$.

(6 punti)

2. Sia R un'algebra di dimensione finita e sia A un R -modulo senza addendi proiettivi diversi da zero. Si dia la definizione del trasposto $\text{Tr } A$ e si dimostri che $\text{Tr}^2 A \cong A$.

(10 punti)

3. (a) Si trovino un quiver Q tale che sull'algebra dei cammini $\Lambda = KQ$ esiste un modulo proiettivo indecomponibile P il cui radicale $\text{Rad } P$ non è indecomponibile.
- (b) Per un modulo M su un anello R si dimostri: se M è indecomponibile di lunghezza $\ell(M) > 1$ e S è un suo sottomodulo semplice, allora S è un sottomodulo inessenziale di M .

(6 punti)