Sistemi
Sistemi II Appello , 15/07/2019
Tempo a disposizione: 2h

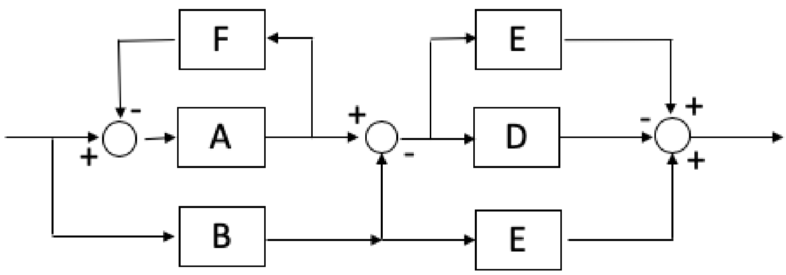
Esercizio 1

Dato il sistema LTI causale a tempo discreto descritto dalla seguente equazione alla differenze :

$$v(k) - v(k-2) = u(k-1) + 2u(k-2)$$
$$v(-1) = \frac{1}{3} \qquad v(-2) = -\frac{1}{2} \qquad u(k) = k(2)^k \delta_{-1}(k)$$

I) Calcolare la risposta libera nel tempo (esclusivamente nel tempo).
II) Si discuta la stabilitá asintotica e la stabilitá BIBO.
III) Calcolare la riposta forzata del sistema utilizzando l'anti-trasformata Zeta.

Esercizio 2
Si consideri lo schema a blocchi in figura:
Semplificare lo schema trovando la funzione di trasferimento tra ingresso e uscita

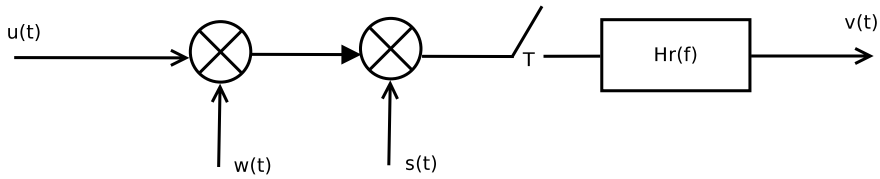


Esercizio 3
Data la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \left(\frac{10}{s}\right)^3 \frac{40+400s}{(100+s)^2}$$

I) Dopo aver riportato $G(s)$ in forma di Bode, disegnare il diagramma di Bode di ciascuna componente elementare e il risultante diagramma globale.
II) Il segnale $u(t) = 10sen(t)$ viene dato in ingresso al sistema in oggetto. Come viene viene trasformato tale segnale, all'uscita del sistema? Motivare la risposta.

Esercizio 4
Dato il seguente schema a blocchi trovare l'uscita $\mathbf{v(t)}$ del sistema per via grafica lavorando nel dominio delle frequenze :



Dove $u(t) = 2cos(4\pi t)$, $w(t) = 4cos(6\pi t)$, $s(t) = 4cos(14\pi t)$
I) Con un periodo di campionamento con $T = \frac{1}{10}s$. Costruire **se possibile** un filtro di ricostruzione $H_r(f)$ per ricostruire il segnale $u(t)$.
II) Con un periodo di campionamento con $T = \frac{1}{15}s$. Costruire **se possibile** un filtro di ricostruzione $H_r(f)$ per ricostruire il segnale $u(t)$.

Per entrambi i punti motivare la risposta.

Esercizio 5

Calcolare la trasformata di Laplace della sinusoide smorzata:
$e^{-at} sin\omega t$

Soluzione

Esercizio 1

I) $\begin{cases} -c_1 + c_2 = \frac{1}{3} \\ c_1 + c_2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} c_1 = -\frac{5}{12} \\ c_2 = -\frac{1}{12} \end{cases}$

$v_l(k) = c_1(-1)^k + c_2(1)^k = -\frac{5}{12}(-1)^k - \frac{1}{12}(1)^k$

II) Il sistema non é asintoticamente stabile, entrambe le radici sono sulla circonferenza del cerchio unitario.
Il sistema non è BIBO stabile, in quanto non abbiamo nessuna semplificazione possibile nella funzione di trasferimento che renda il sistema stabile.

III) Ingresso : successione esponenziale causale moltiplicata per k

$U(z) = \frac{\lambda z}{(z-\lambda)^2} = \frac{2z}{(z-2)^2}$

Risposta forzata $= V_f(z) = H(z)U(z)$

$V_f(z) = \frac{z+2}{(z+1)(z-1)} \frac{2z}{(z-2)^2}$

$\frac{V_f(z)}{z} = \frac{2z-4}{(z+1)(z-1)(z-2)^2}$

scomposizione in fratti semplici, attenzione alla molteplicitá del polo ottenuto dall'ingresso $U(z)$.

$A = \frac{1}{3} \qquad B = -1 \qquad C = 0 \qquad D = \frac{2}{3}$

Punteggio: 7

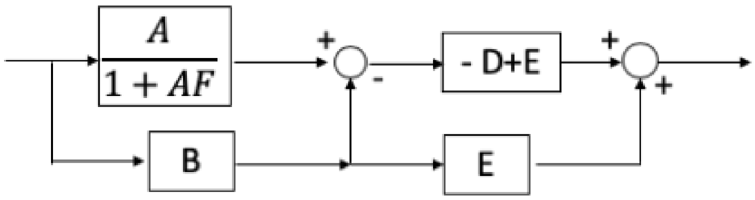
Esercizio 2

Schemi a blocchi

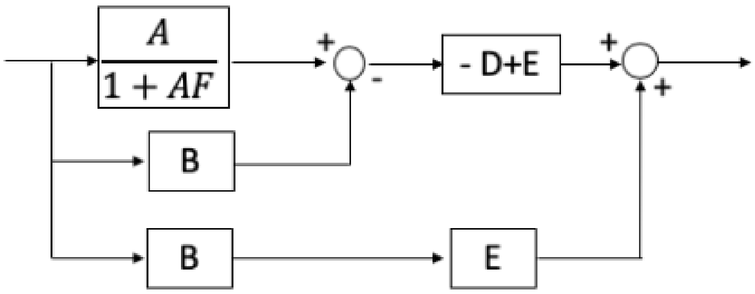
Funzione di trasferimento totale:

$T = \frac{AE-BE-ABEF-AD+BD+ABDF}{1+AF} + BE = \frac{AE-\cancel{BE}-\cancel{ABEF}-AD+BD+ABDF+\cancel{BE}+\cancel{ABEF}}{1+AF}$

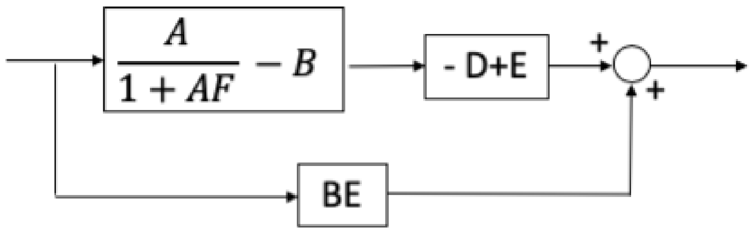
$T = \frac{AE-AD+BD+ABDF}{1+AF}$



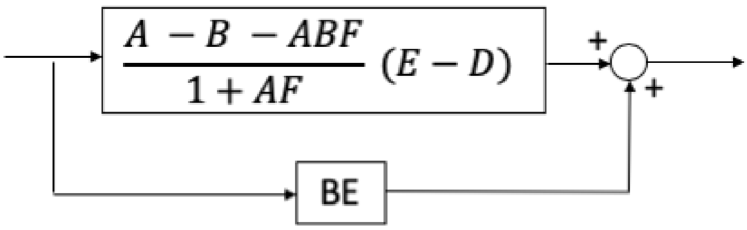
Retroazione e parallelo



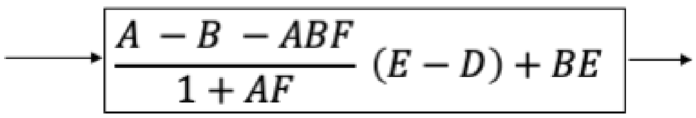
Scompongo i due paralleli con B ed E



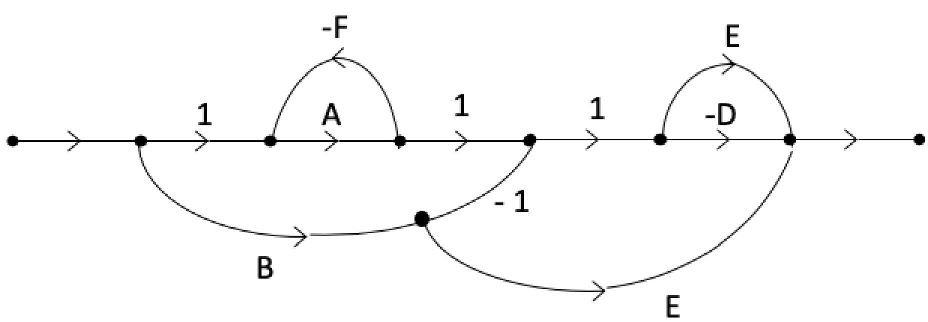
Risolvo i paralleli



Serie



Diagrammi di flusso



Cammini aperti:

$P_1 = -AD$

$P_2 = AE$

$P_3 = BD$

$P_4 = -BE$
$P_5 = BE$

Anelli singoli:
$P_{11} = -AF$

Coppie di anelli che non si toccano: nessuna

Delta:
$\Delta = 1 - (-AF) = 1 + AF$
$\Delta_1 = 1 + \cancel{AF}$
$\Delta_2 = 1 + \cancel{AF}$
$\Delta_3 = 1 + AF$
$\Delta_4 = 1 + AF$
$\Delta_5 = 1 + AF$

Trasmittanza totale:
$T = \frac{-AD+AE+BD(1+AF)-BE(1+AF)+BE(1+AF)}{1+AF} = \frac{-AD+AE+BD(1+AF)}{1+AF}$

Punteggio: 5

Esercizio 3
I) Riporto la funzione di trasferimento in forma di Bode:

$$G(s) = \left(\frac{10}{s}\right)^3 \frac{40 + 400s}{(100 + s)^2}$$

$$G(s) = \frac{10^3}{s^3} \cdot \frac{4 \cdot 10 \cdot (1 + 10s)}{(100 \cdot (1 + \frac{s}{100}))^2}$$

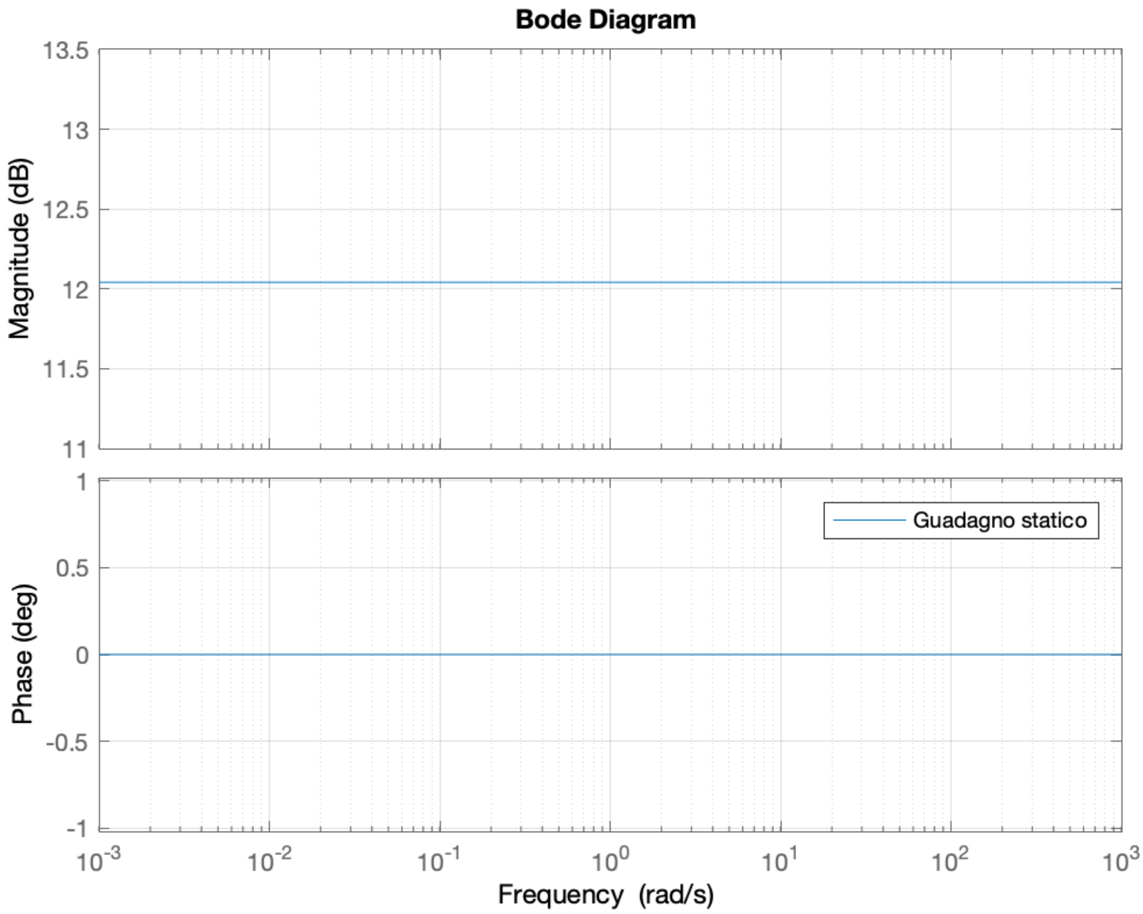
$$G(s) = \frac{10^4}{s^3} \cdot \frac{4 \cdot (1 + 10s)}{10^4 \cdot (1 + \frac{s}{100})^2}$$

$$G(s) = \frac{4}{s^3} \cdot \frac{1 + 10s}{(1 + \frac{s}{100})^2}$$

Punteggio: 1pt

1) 4

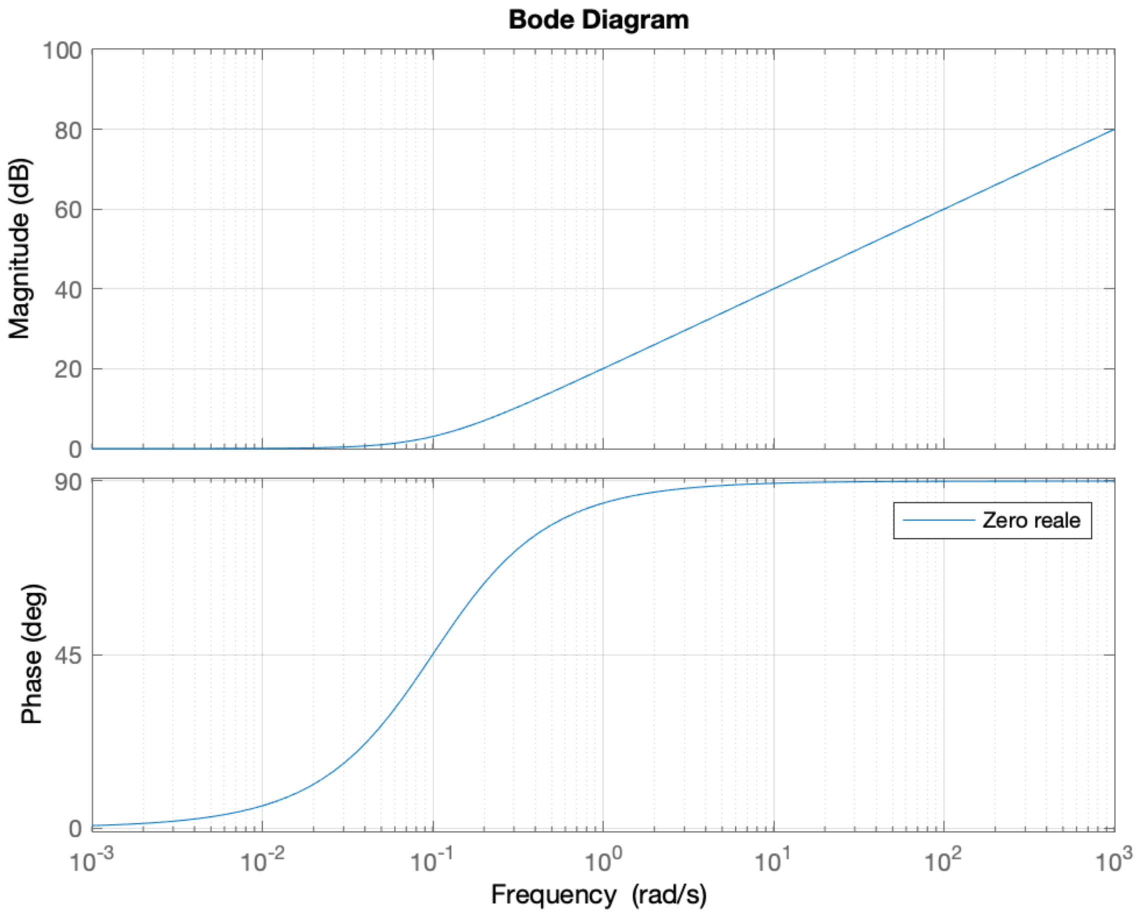
$|G|_{dB} = 20log_{10}(4) = 12.04$
$\angle G = 0°$
Punteggio: 1pt



2) $1 + 10s$

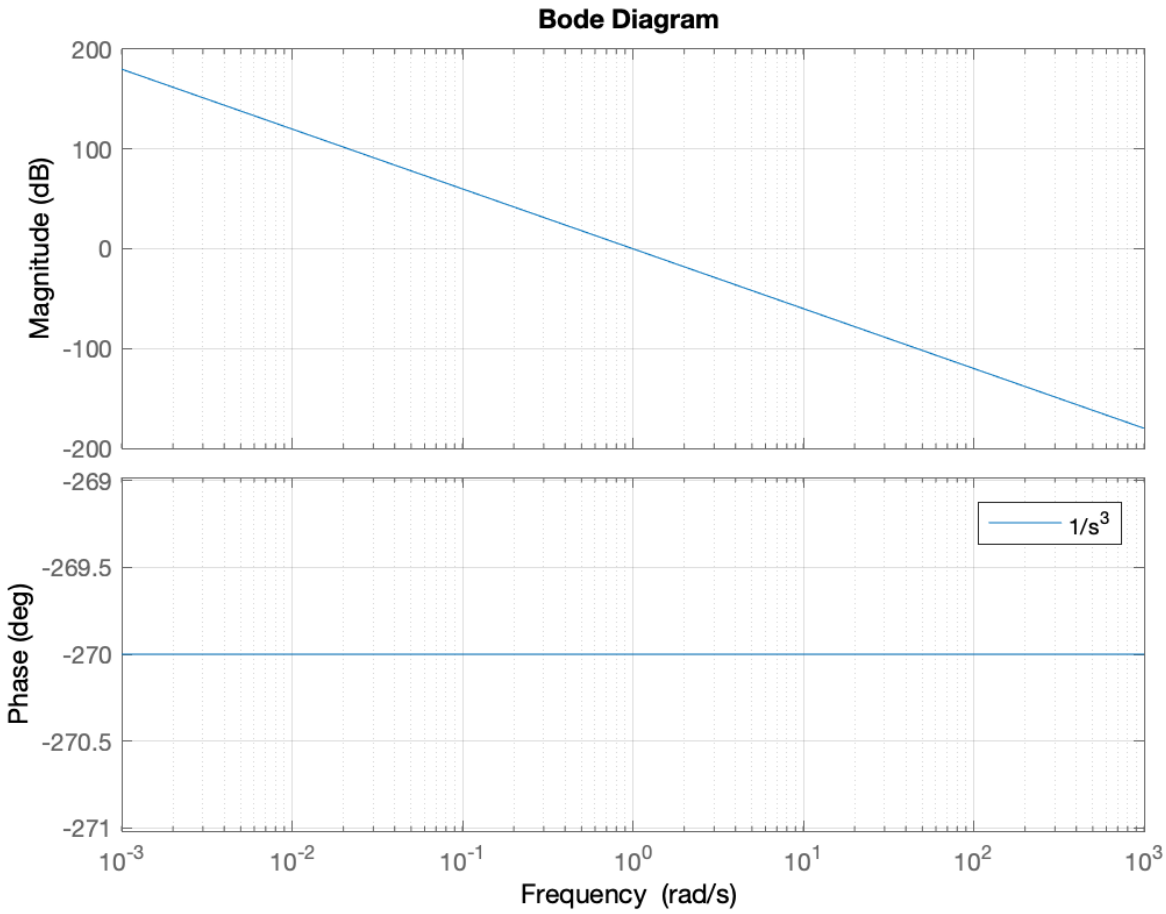
$\tau = 10$ quindi $\omega_n = 0.1$
A partire da ω_n si ha:
$|G|_{dB} = +20dB/dec$
$\angle G = +90°$

Punteggio: 1pt



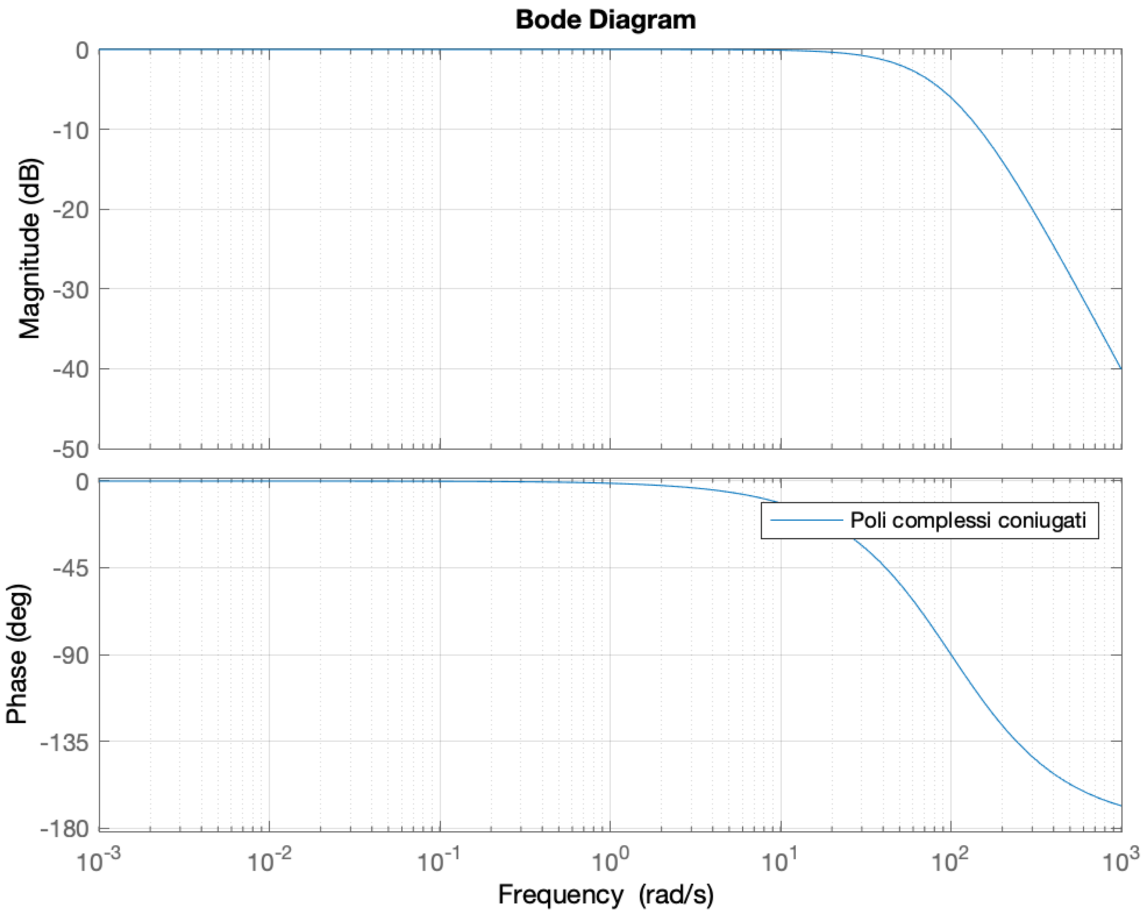
4) $\frac{1}{s^3}$

Polo nell'origine con molteplicità $\nu = 3$.
$|G|_{dB} = -20\nu\, dB/dec = -60 dB/dec$
$\angle G = -\nu\, 90° = -270°$
Punteggio: 1pt



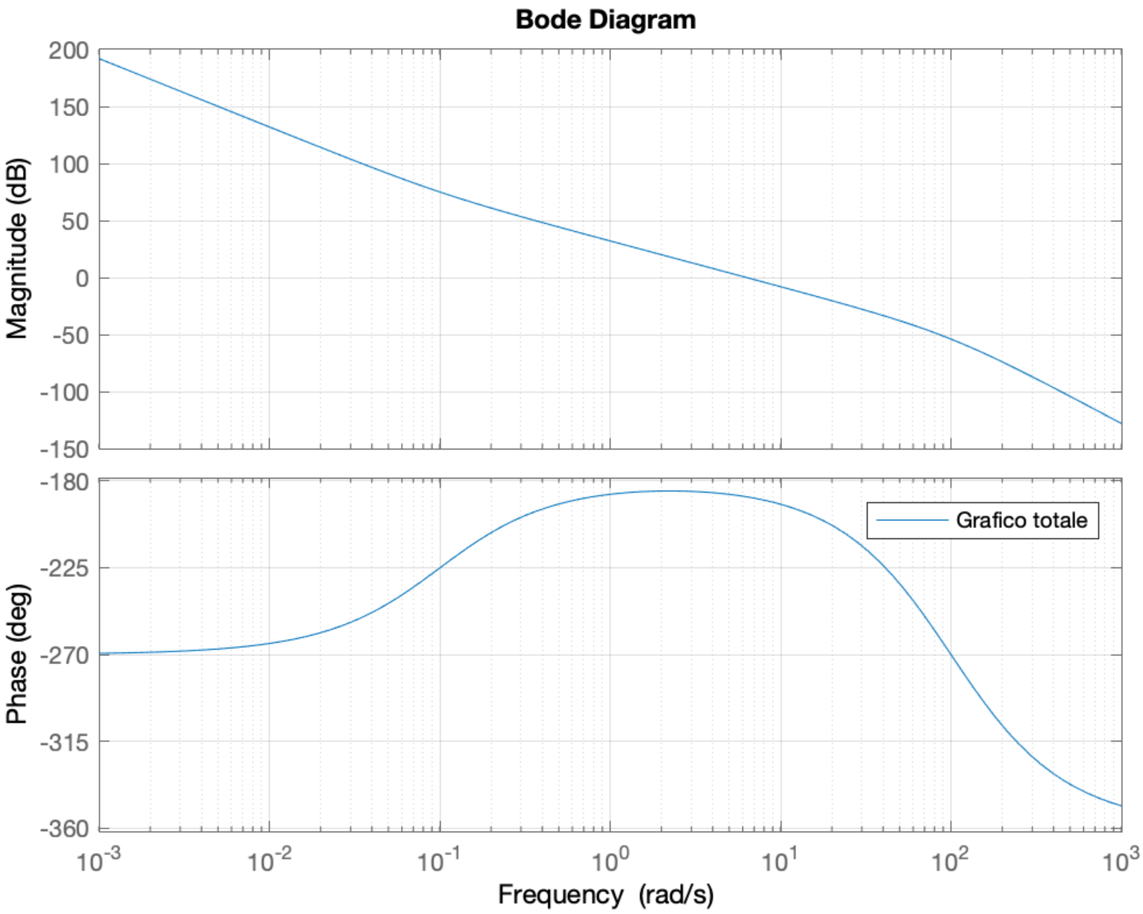
5) Poli complessi coniugati/poli reali con molteplicità 2

Il contributo $(1+\frac{s}{100})^2$ può essere trattato sia come coppia di poli complessi coniugati, sviluppando il quadrato in $1+\frac{s}{50}+\frac{s^2}{10^4}$, sia come polo reale con molteplicità 2. A livello di diagramma, il risultato non cambia.
$\omega_n^2 = 10^4$ quindi $\omega_n = 10^2$
A partire da ω_n si ha:
$|G|_{dB} = -40dB/dec$
$\angle G = -180°$
Punteggio: 1pt



6) Diagramma globale

Punteggio: 1pt



II) Il segnale $u(t) = 10sen(t)$ ha $w = 1 = 10^0$. Il diagramma del modulo in $w = 10^0$ vale $12.04db + 20db = 32.04db$ (gli unici contributi presenti sono 1) e 2) calcolati al punto precedente). Quindi

$$32.04dB = 20log_{10}A$$

$$A = 10^{\frac{32.04}{20}} = 39.99\ 40$$

Il diagramma della fase in $w = 10^0$ vale $\Phi = -180°$.
Il segnale in uscita sarà quindi dato da

$$y(t) = 10Asen(t + \Phi) = 400\, sen(t - 180°) = -400\, sen(t)$$

Punteggio: 1pt

Esercizio 4

In entrambi i punti si verifica aliasing, quindi non vengono rispettate le condizioni necessarie per costruire il filtro di ricostruzione

ESAME 15/7/2019

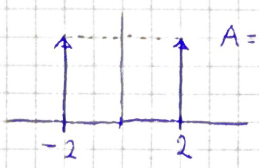
FOURIER

$$u(t) = 2\cos(4\pi t) \iff U(f) = \delta(f-2) + \delta(f+2)$$

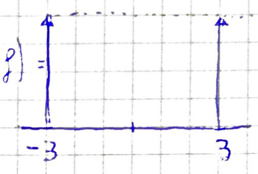
$$w(t) = 4\cos(6\pi t) \iff W(f) = 2[\delta(f-3) + \delta(f+3)]$$

$$s(t) = 4\cos(14\pi t) \iff S(f) = 2[\delta(f-7) + \delta(f+7)]$$

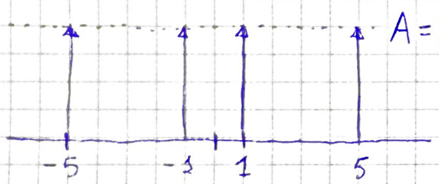
$U(f) =$



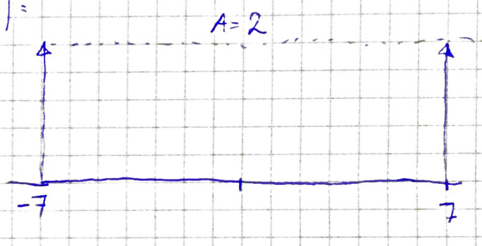
$W(f) =$



$V_1(f) = U(f) * W(f)$



$S(f) =$



(I) $T = 1/10\ s \qquad f_c = 10\ Hz$

DOPO AVER CAMPIONATO, MI ACCORGO CHE SI VERIFICA ALIASING.
QUINDI NON È POSSIBILE RICOSTRUIRE IL SEGNALE $u(t)$

(II) $T = \frac{1}{15}\ s \qquad f_c = 15\ Hz$

$V_2(f) = V_1(f) * S(f)$

$A = 4$

$B = 12$

$B < f_L < f_c - B$

$$H_r(f) = T \cdot \Pi\left(\frac{f}{2f_L}\right) = \frac{1}{f_c}\,\Pi\left(\frac{f}{2f_L}\right)$$

Punteggio: 7pt

Esercizio 5

$L[e^{-at}sin\omega t] = V(s+a)$, dove $V(s) = L[sin(\omega t)]$
Calcoliamo $L[sin(\omega t)] = L[\frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})] = \frac{1}{2j}(L[e^{j\omega t}] - L[e^{-j\omega t}]) =$
$= \frac{1}{2j}(\frac{1}{s-j\omega} - \frac{1}{s+j\omega}) = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
In definitiva, $L[e^{-at}sin\omega t] = \frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
Punteggio: 4pt