

# Logica e filosofia della scienza (P) 6 CFU

Anno Accademico 2010-2011

Corso di laurea in Scienze della comunicazione

**Ivan Valbusa**

`ivan.valbusa@univr.it`

Dipartimento di Filosofia, Pedagogia e Psicologia  
Università degli Studi di Verona

## Lezione 9

30 novembre 2010

## 1 Elementi di logica proposizionale

- Proposizioni e connettivi
- Elementi di sintassi del calcolo proposizionale
- Le formule ben formate

# Indice

- 1 Elementi di logica proposizionale
  - Proposizioni e connettivi
  - Elementi di sintassi del calcolo proposizionale
  - Le formule ben formate

# Esempi di proposizioni semplici

- Luigi ama Giovanna ( $A$ )
- Paolo gioca a tennis ( $B$ )
- Adriana va al cinema ( $C$ )
- Paolo accompagna Giovanna ( $D$ )
- Giuseppe studia ( $E$ )
- Giuseppe non supera l'esame ( $F$ )
- Ogni scapolo non è sposato ( $G$ )
- Cesare passò il Rubicone ( $H$ )

# Esempi di proposizioni composte

- NON (Luigi ama Giovanna);
- (Paolo gioca a tennis) E (Adriana va al cinema);
- (Giuseppe studia) O (Giuseppe non supera l'esame);
- SE (Adriana va al cinema) ALLORA (Paolo la accompagna);
- (Adriana va al cinema) SE E SOLO SE (Paolo accompagna Giovanna);
- (NON (Ogni scapolo non è sposato)) E (Cesare passò il Rubicone).

# I cinque connettivi

Per ottenere le proposizione composte adoperiamo i connettivi NON, E (ET), O (VEL), SE... ALLORA (IMPLICA); SE E SOLO SE (COIMPLICA), a cui possiamo assegnare dei simboli:

negazione	coniunzione	disgiunzione	condizionale	bicondizionale
non	e (et)	o (vel)	se... allora (implica)	se e solo se (coimplica)
not	and	or	if... then	if and only if
$\neg$	$\wedge$	$\vee$	$\rightarrow$	$\leftrightarrow$

# I cinque connettivi

- NON (Luigi ama Giovanna);
- (Paolo gioca a tennis) E (Adriana va al cinema);
- (Giuseppe studia) O (Giuseppe non supera l'esame);
- SE (Adriana va al cinema) ALLORA (Paolo la accompagna);
- (Adriana va al cinema) SE E SOLO SE (Paolo accompagna Giovanna);
- (NON (Ogni scapolo non è sposato)) E (Cesare passò il Rubicone).

$$\neg A; B \wedge C; E \vee F; C \rightarrow D; C \leftrightarrow D; \neg G \wedge H.$$

# È vero o non è vero?

Assumiamo che ogni proposizione possa assumere uno e uno solo tra due possibili valori di verità:

**V**= vero **F**= falso

# È vero o non è vero?

Assumiamo che ogni proposizione possa assumere uno e uno solo tra due possibili valori di verità:

**V**= vero **F**= falso

Ricerchiamo un modo per valutare il valori di verità di una proposizione composta (attraverso i cinque connettivi) in base ai valori di verità assunti dalle proposizioni componenti.

# È vero o non è vero?

Assumiamo che ogni proposizione possa assumere uno e uno solo tra due possibili valori di verità:

**V**= vero **F**= falso

Ricerchiamo un modo per valutare il valori di verità di una proposizione composta (attraverso i cinque connettivi) in base ai valori di verità assunti dalle proposizioni componenti.

Non ci impegniamo (più di tanto) sul concetto di “verità”

# È vero o non è vero?

Assumiamo che ogni proposizione possa assumere uno e uno solo tra due possibili valori di verità:

**V**= vero **F**= falso

Ricerchiamo un modo per valutare il valori di verità di una proposizione composta (attraverso i cinque connettivi) in base ai valori di verità assunti dalle proposizioni componenti.

Non ci impegniamo (più di tanto) sul concetto di “verità”

semantica

# Indice

- 1 Elementi di logica proposizionale
  - Proposizioni e connettivi
  - Elementi di sintassi del calcolo proposizionale
  - Le formule ben formate

# I simboli del linguaggio

- Variabili proposizionali:  $p, q, r, \dots$
- Connettivi:  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
- Simboli ausiliari:  $(, )$

# I cinque connettivi

*Negazione*

(operatore NON)

$p$	$\neg p$
V	F
F	V

# I cinque connettivi

*Negazione*  
(operatore NON)

$p$	$\neg p$
V	F
F	V

*Congiunzione*  
(operatore ET)

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

# I cinque connettivi

*Negazione*  
(operatore NON)

$p$	$\neg p$
V	F
F	V

*Congiunzione*  
(operatore ET)

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

*Disgiunzione*  
(operatore VEL)

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

# I cinque connettivi

*Negazione*  
(operatore NON)

$p$	$\neg p$
V	F
F	V

*Congiunzione*  
(operatore ET)

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

*Disgiunzione*  
(operatore VEL)

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

*Condizionale*  
(SE... ALLORA...)

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

# I cinque connettivi

*Negazione*  
(operatore NON)

$p$	$\neg p$
V	F
F	V

*Congiunzione*  
(operatore ET)

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

*Disgiunzione*  
(operatore VEL)

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

*Condizionale*  
(SE... ALLORA...)

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

*Bicondizionale*  
(SE E SOLO SE)

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

# Indice

- 1 Elementi di logica proposizionale
  - Proposizioni e connettivi
  - Elementi di sintassi del calcolo proposizionale
  - Le formule ben formate

# Formule ben formate (*fbf*)

## Definizione

- 1 Le variabili proposizionali  $p, q, r, \dots$  sono *fbf*;
- 2 Se  $\alpha, \beta, \gamma$  sono *fbf*, allora anche  $(\neg\alpha)$ ,  $(\alpha \wedge \beta)$ ,  $(\alpha \vee \beta)$ ,  $(\alpha \rightarrow \beta)$ ,  $(\alpha \leftrightarrow \beta)$  sono *fbf*;
- 3 Nient'altro è *fbf*.

# Formule ben formate (*fbf*)

## Definizione

- 1 Le variabili proposizionali  $p, q, r, \dots$  sono *fbf*;
  - 2 Se  $\alpha, \beta, \gamma$  sono *fbf*, allora anche  $(\neg\alpha)$ ,  $(\alpha \wedge \beta)$ ,  $(\alpha \vee \beta)$ ,  $(\alpha \rightarrow \beta)$ ,  $(\alpha \leftrightarrow \beta)$  sono *fbf*;
  - 3 Nient'altro è *fbf*.
- È una *definizione induttiva*, che mostra la possibilità di costruire ogni *fbf* a partire dal livello di base: le variabili proposizionali.

# Formule ben formate (*fbf*)

## Definizione

- 1 Le variabili proposizionali  $p, q, r, \dots$  sono *fbf*;
  - 2 Se  $\alpha, \beta, \gamma$  sono *fbf*, allora anche  $(\neg\alpha)$ ,  $(\alpha \wedge \beta)$ ,  $(\alpha \vee \beta)$ ,  $(\alpha \rightarrow \beta)$ ,  $(\alpha \leftrightarrow \beta)$  sono *fbf*;
  - 3 Nient'altro è *fbf*.
- È una *definizione induttiva*, che mostra la possibilità di costruire ogni *fbf* a partire dal livello di base: le variabili proposizionali.
  - (Le variabili  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  non sono simboli del linguaggio, ma del *metalinguaggio*, con cui noi parliamo del linguaggio.)

# Semplificazione della scrittura delle *fbf*

I connettivi possono essere ordinati secondo la “forza” del loro legame:

- $\neg$  lega più strettamente di  $\wedge$
- $\wedge$  lega più strettamente di  $\vee$
- $\vee$  lega più strettamente di  $\rightarrow$
- $\rightarrow$  lega più strettamente di  $\leftrightarrow$  .

# Semplificazione della scrittura delle *fbf*

I connettivi possono essere ordinati secondo la “forza” del loro legame:

- $\neg$  lega più strettamente di  $\wedge$
- $\wedge$  lega più strettamente di  $\vee$
- $\vee$  lega più strettamente di  $\rightarrow$
- $\rightarrow$  lega più strettamente di  $\leftrightarrow$  .

Pertanto con i seguenti passaggi possiamo semplificare la scrittura di:

$$\textcircled{1} \quad (((p \rightarrow q) \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg(\neg p)) \wedge q))$$

# Semplificazione della scrittura delle *fbf*

I connettivi possono essere ordinati secondo la “forza” del loro legame:

- $\neg$  lega più strettamente di  $\wedge$
- $\wedge$  lega più strettamente di  $\vee$
- $\vee$  lega più strettamente di  $\rightarrow$
- $\rightarrow$  lega più strettamente di  $\leftrightarrow$  .

Pertanto con i seguenti passaggi possiamo semplificare la scrittura di:

- 1  $((p \rightarrow q) \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg(\neg p)) \wedge q)$
- 2  $((p \rightarrow q) \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg(\neg p)) \wedge q)$

# Semplificazione della scrittura delle *fbf*

I connettivi possono essere ordinati secondo la “forza” del loro legame:

- $\neg$  lega più strettamente di  $\wedge$
- $\wedge$  lega più strettamente di  $\vee$
- $\vee$  lega più strettamente di  $\rightarrow$
- $\rightarrow$  lega più strettamente di  $\leftrightarrow$  .

Pertanto con i seguenti passaggi possiamo semplificare la scrittura di:

- 1  $((p \rightarrow q) \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg(\neg p)) \wedge q)$
- 2  $((p \rightarrow q) \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg(\neg p)) \wedge q)$
- 3  $((p \rightarrow q) \vee \neg q) \leftrightarrow ((\neg\neg p) \wedge q)$

# Semplificazione della scrittura delle *fbf*

I connettivi possono essere ordinati secondo la “forza” del loro legame:

- $\neg$  lega più strettamente di  $\wedge$
- $\wedge$  lega più strettamente di  $\vee$
- $\vee$  lega più strettamente di  $\rightarrow$
- $\rightarrow$  lega più strettamente di  $\leftrightarrow$  .

Pertanto con i seguenti passaggi possiamo semplificare la scrittura di:

- ①  $((p \rightarrow q) \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg(\neg p)) \wedge q)$
- ②  $((p \rightarrow q) \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg(\neg p)) \wedge q)$
- ③  $((p \rightarrow q) \vee \neg q) \leftrightarrow ((\neg\neg p) \wedge q)$
- ④  $((p \rightarrow q) \vee \neg q) \leftrightarrow (\neg\neg p \wedge q)$

# Semplificazione della scrittura delle *fbf*

I connettivi possono essere ordinati secondo la “forza” del loro legame:

- $\neg$  lega più strettamente di  $\wedge$
- $\wedge$  lega più strettamente di  $\vee$
- $\vee$  lega più strettamente di  $\rightarrow$
- $\rightarrow$  lega più strettamente di  $\leftrightarrow$  .

Pertanto con i seguenti passaggi possiamo semplificare la scrittura di:

- ①  $((p \rightarrow q) \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg(\neg p)) \wedge q)$
- ②  $((p \rightarrow q) \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg(\neg p)) \wedge q)$
- ③  $((p \rightarrow q) \vee \neg q) \leftrightarrow ((\neg\neg p) \wedge q)$
- ④  $((p \rightarrow q) \vee \neg q) \leftrightarrow (\neg\neg p \wedge q)$
- ⑤  $(p \rightarrow q) \vee \neg q \leftrightarrow \neg\neg p \wedge q$