Cenni sugli operatori vettoriali: ∇, $\nabla\cdot$, $\nabla\wedge$, e $\nabla^2 = \nabla\cdot\nabla$.

- <u>*Operatore vettoriale*</u> ∇ *(leggesi: nabla)*

L'operatore ∇ è uno <u>pseudo–vettore</u> di componenti $(\delta/\delta x;\delta/\delta y, \delta/\delta z)$, cioè:

$$\nabla = (\delta/\delta x)\mathbf{i} + (\delta/\delta y)\mathbf{j} + (\delta/\delta z)\mathbf{k}$$

L'operatore ∇^2*(nabla quadro):* $\nabla^2 = \nabla\cdot\nabla$ è un operatore scalare dato da:

$$(\delta/\delta x)^2 + /(\delta/\delta y)^2 + (\delta/\delta z)^2 = \delta^2/\delta x^2 + \delta^2/\delta y^2 + \delta^2/\delta z^2,$$

dove $\delta/\delta x$, etc. indicano la derivata parziale rispetto alla variabile x, etc.

– L'applicazione dell'operatore ∇ ad una funzione scalare di più variabili U (x,y,z) dà una grandezza vettoriale $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ detta <u>*gradiente*</u> della funzione U:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \nabla U(\mathbf{r})$$
$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = F_x(\mathbf{r})\,\mathbf{i} + F_y(\mathbf{r})\,\mathbf{j} + F_z(\mathbf{r})\,\mathbf{k}$$

con: $F_x(\mathbf{r}) = \delta U(\mathbf{r})/\delta x$; $F_y(\mathbf{r}) = \delta U(\mathbf{r})/\delta$; $F_z(\mathbf{r}) = \delta U(\mathbf{r})/\delta z$.

= L'applicazione dell'operatore ∇ tramite l'operazione di <u>prodotto scalare</u> ($\cdot$) ad una grandezza vettoriale $\mathbf{G}$(r) di più variabili (ne è un esempio il campo gravitazionale $\mathbf{G}(r) = \mathbf{F}_G(r)/m = -\gamma\,(M/r^2)\,\mathbf{u}_r$] genera una grandezza scalare Φ, nota come la <u>*divergenza*</u> del vettore $\mathbf{G}$(r):

$$\Phi = \nabla\cdot\mathbf{G}(r).$$

cioè: $\Phi = (\delta/\delta x)\,G_x(r) + (\delta/\delta y)\,G_y(r) + (\delta/\delta z)\,G_z(r)$, ed è detto flusso di $\mathbf{G}$(r)

≡ Infine l'applicazione dell'operatore ∇ tramite l'operazione di <u>prodotto vettore</u> **(**$\wedge$) ad una grandezza vettoriale $\mathbf{W}$(r) di più variabili definisce una nuova grandezza vettoriale **R**, nota come il <u>*rotore*</u> del vettore $\mathbf{W}(\mathbf{r})$:

$$\nabla\wedge\mathbf{W}(r) = \mathbf{R}.$$

dove: $\mathbf{R} = [(\delta/\delta y)W_z(r) - (\delta/\delta z)W_y(r)]\,\mathbf{i} - [(\delta/\delta z)W_x(r) - (\delta/\delta x)W_z(r)]\,\mathbf{j} + [(\delta/\delta x)W_y(r) - (\delta/\delta y)W_x(r)]\,\mathbf{k}$

Infine, va ricordato che vale la relazione: $\nabla\wedge\nabla\wedge = \nabla(\nabla\cdot) - \nabla^2$.