$\rightsquigarrow$ $b \le b,\ a \le a$

$a \le b$

1) HA MINIMO?
2) HA MASSIMO?
3) HA MINIMALI?
4) HA MASSIMALI?

- 1) HA MINIMO?
- 2) HA MASSIMO?
- 3) HA MINIMALI?
- 4) HA MASSIMALI?

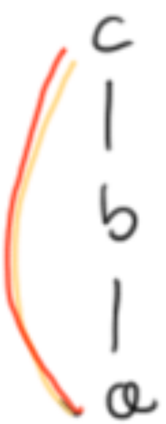
① a è il MIN. $a \leq a$ $a \leq b$ $a \leq c$

② M è un MASSIMO $\iff \forall x \in \{a, b, c\}$ $x \leq M$

O non ha MASSIMO

③ sì a è minimale

④ sì b, c



$\mathcal{O} =$ 

ORDINE TOTALE

$\underbrace{\mathcal{A} = \langle A, \sqsubseteq \rangle}_{\text{UN ORD. PARZ.}}$

$\mathcal{A}$ è detto totale $\Leftrightarrow$

$\forall x, y \in A \quad x \sqsubseteq y$ OR $y \sqsubseteq x$

ESERCIZIO DIM. CHE $\langle \mathbb{N}, \leq \rangle$

SONO UN ORDINE TOTALE

COSA SONO I NUM NATURALI

$\langle \mathbb{N}, \leq, succ, 0 \rangle$ $\quad x < y \equiv x \leq y \,\&\, x \neq y$

1) $\langle \mathbb{N}, \leq \rangle$ è un ORD. TOTALE

2) OGNI SOTT. $X \subseteq \mathbb{N}$ ha MINIMO

3) $succ : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ iniettiva.

4) $0 \in \mathbb{N}$

5) $succ(\mathbb{N}) = \mathbb{N} - \{0\}$ $\qquad succ(n) \quad n^+$

SULLE DISPENSE

COSA SONO I NUM NATURALI

$\langle \mathbb{N}, \ succ, 0 \rangle$

1) $succ : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ iniettiva.

2) $0 \in \mathbb{N}$

3) $succ(\mathbb{N}) = \mathbb{N} - \{0\}$

4) $\forall S \in \mathbb{N}$.

   1) se $\emptyset \in S$

      &

   2) $\forall x \ . \ x \in S \Rightarrow succ(x) \in S$

ALLORA $S = \mathbb{N}$

4) $\forall S \in \mathbb{N}$.

1) se $\emptyset \in S$

&

2) $\forall x \,.\, x \in S \Rightarrow succ(x) \in S$

ALLORA $S = \mathbb{N}$

<u>NOTAZIONE</u>

$P \subseteq A$ P È (A VOLTE) CHIAMATA PROPRIETÀ

$x \in P \Rightarrow P(x)$ NOTAZIONE

4) Per ogni proprietà P di $\mathbb{N}$

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \text{se } P(\emptyset) \\ 2)\ \forall x \,.\, P(x) \Rightarrow P(succ(x)) \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \forall z \in \mathbb{N}\ P(z)$$

TEOREMA DI RICORSIONE PRIMITIVA

SUPPONIAMO DI AVERE UNA FUNZIONE $G : \mathbb{N} \times A \to A$, e $a \in A$

ALLORA

ESISTE UNA ED UNA SOLA FUNZIONE $f : \mathbb{N} \to A$ t.c.

$$\begin{cases} f(0) = a \\ f(succ(n)) = G(n, f(n)) \end{cases}$$

$$f(0) = a$$
$$f(succ(n)) = G(n, f(n))$$

0) $f(0) = a$

1) $f(succ(0)) = G(0, f(0)) = G(0, a)$

2) $f(succ(succ(0))) =$

$$G(succ(0), f(succ(0))) =$$
$$G(succ(0), G(0, a))$$

$$\begin{cases} f(0) = a \\ f(succ(n)) = G(n, f(n)) \end{cases}$$

```
int fatt (int x){
        if (x==0) return 1;
         else
             return (x * fatt(x-1));
}
```

$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$ NON RIGOROSA

$$\begin{cases} \emptyset! = 1 \\ (n+1)! = (n+1) \cdot (n!) \end{cases} \qquad G(x,y) \equiv (x+1) \cdot y$$

1) $\sum_{i=1}^{n} i$ per ric. primitiva

2) dimostrare per induzione che

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$