Prof. Lidia Angeleri
Università di Verona, 2014/15
Corso di Laurea in Matematica Applicata

Prova intermedia per il Corso di ALGEBRA

2 dicembre 2014

Nota: Per ogni risposta è indispensabile fornire calcoli e/o spiegazioni !
Per superare la prova intermedia sono necessari almeno *9 punti*.

1. Siano p un numero primo e
$$\alpha = \cos(\frac{2\pi}{p}) + i\sin(\frac{2\pi}{p}) \in \mathbb{C}.$$
Si determini il polinomio minimo di α su $\mathbb{Q}$. (*2 punti*)

2. Si considerino $K = \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ e $F = K[x]/(f)$, dove f è il polinomio
$$f = x^2 + x + 2 \in K[x].$$
   (a) Si verifichi che F è un campo. (*2 punti*)
   (b) Si determini il grado dell'estensione $[F : K]$. (*1 punto*)
   (c) Si elenchino gli elementi di F. (*3 punti*)
   (d) Si scriva f come prodotto di fattori lineari in $F[x]$. (*2 punti*)
   (e) Si calcoli l'ordine di $\alpha = \overline{x}$ nel gruppo moltiplicativo $(F \setminus \{0\}, \cdot)$. (*3 punti*)

3. Dati un campo K e un polinomio irriducibile $f \in K[x]$ di grado 2, si dimostri che $F = K[x]/(f)$ è sempre il campo di riducibilità completa di f su K. (*2 punti*)

Nome: .... **Matricola:** .... **Punteggio totale:**