ANALISI MATEMATICA II
-SESTO FOGLIO DI ESERCIZI-
AA 2015-2016

GIULIA CAVAGNARI

Esercizio 1 (9 pt.). Sia $M > 0$ e $\varphi \in C^\infty(\mathbb{R})$ tale che $\varphi(t) = 0$ se $|t| > M$.

a.) Si calcoli il limite puntuale di $\{v_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ nei punti laddove le funzioni v_n sono definite;

b.) si calcoli $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \int_{\mathbb{R}} v_n(t)\varphi(t)\,dt$

nei seguenti casi:

(1) $v_n := n^{-1} \left|\dfrac{n}{nt+i}\right|^2$;

(2) $v_n := \dfrac{\chi_{[1/(2n),1/n]}(t)}{t}$;

(3) $v_n := n\chi_{[-1/(2n),1/(2n)]}(t)$.

Tutte le risposte vanno accuratamente motivate.

Esercizio 2 (9 pt.).

(1) Si risolva l'equazione totale $(1 - x^2y)\,dx + (x^2y - x^3)\,dy = 0$.

(2) Si risolva l'equazione $y' - 2y\tan x = 2\sqrt{y}$.

(3) Si risolva il seguente sistema:

$$\begin{cases} \dot{x} + 3x + 2y &= \cos 2t, \\ \dot{y} + 6x - 5y &= 0. \end{cases}$$

Esercizio 3 (12 pt.). Si consideri il seguente problema:

$$\begin{cases} \partial_t u(t,x) - \partial_{xx}u(t,x) + u(t,x) = 0,\ (t,x) \in]0,+\infty[\times]0,\pi[; \\ u(t,0) = u(t,\pi) = 0,\ t \in]0,+\infty[; \\ u(0,x) = (\pi - x)x^2,\ x \in [0,\pi]. \end{cases}$$

Si utilizzi il metodo di separazione delle variabili per scrivere una soluzione in forma di serie, e si discuta la convergenza della serie trovata e delle sue derivate, stabilendo se effettivamente risolve il problema.

Consegna entro: lunedì 18 gennaio 2016

E-mail address: giulia.cavagnari@unitn.it

Date: 07 gennaio 2016.