Verona, 24 novembre 2010

Esercizi di analisi 2

$\diamondsuit$ Calcolare il volume della regione di spazio limitata dal paraboloide $z = \frac{1}{4}(x^2 + y^2)$ e dal generico piano passante per il fuoco del paraboloide.

$\diamondsuit$ Calcolare il baricentro della regione di spazio $V = \{x \geq 0;\ y \geq 0;\ z \geq 0;\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \leq 1\}$.

$\diamondsuit$ Calcolare il volume compreso tra il cilindro e la sfera definito da
$V = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2;\ (x - R/2)^2 + y^2 \leq R^2/4\}$

$\diamondsuit$ Calcolare il volume della regione di spazio $V = \{z \geq x^2 + y^2;\ (x - a)^2 + y^2 \leq a^2;\ 0 \leq z \leq 4a^2\}$.

$\diamondsuit$ Calcolare il volume della regione di spazio "matita" data da $v = \{0 \leq z \leq c;\ z \geq a\sqrt{x^2 + y^2}; |y| \leq b\frac{\sqrt{3}}{2};\ |y| \geq \sqrt{3}(x - b);\ |y| \leq -\sqrt{3}(x - b)\}$ con $a > 0$, $b > 0$ e $c > ab$.

$\diamondsuit$ Cambiare l'ordine di integrazione dei seguenti integrali doppi:

$$\int_0^1 \left(\int_0^x f(x,y)dy \right) dx \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\sin x} f(x,y)dy \right) dx$$

$$\int_1^2 \left(\int_0^{\log x} f(x,y)dy \right) dx \qquad \int_0^1 \left(\int_{y^2}^{2-y} f(x,y)dx \right) dy$$

$$\int_0^1 \left(\int_{\arctan x}^{\frac{\pi}{4}} f(x,y)dy \right) dx \qquad \int_0^1 \left(\int_{\arcsin y}^{\frac{\pi}{2}} f(x,y)dx \right) dy$$

$\diamondsuit$ Rappresentare il dominio di integrazione dei seguenti integrali e calcolarli:

$$\iint_D \frac{|y|}{(x^2 + y^2)^2} dxdy \quad con \quad D = \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4x;\ |y| \leq \sqrt{3}x\}$$

$$\iint_\Omega y e^{y^2 + x} dxdy \quad con \quad \Omega = \{0 \leq x \leq 2y^2;\ 0 \leq y \leq 1\}$$

$$\iint_\Omega [1 + 4(x^2 + y^2)]\sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dxdy \quad con \quad \Omega = \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$$

$$\iint_\Omega \frac{x e^{\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}}}{x^2 + y^2} dxdy \quad con \quad \Omega = \{|x| \leq y \leq 1\}$$

$$\iiint_\Omega \frac{x^2+y^2}{z^2} dxdydz \quad con \quad \Omega = \{x \geq 0;\ y \geq 0;\ x^2+y^2 \leq 1;\ \frac{1}{x^2+y^2} \leq z \leq \frac{2}{x^2+y^2}\}$$

$$\iint_\Omega (1+x) dxdy \quad con \quad \Omega = \{y > |x|;\ y < \frac{1}{2}x + 2\}$$

$$\iint_\Omega (x^2 - y^2) \log(1 + (x+y)^4) dxdy \quad con \quad \Omega = \{x > 0;\ 0 < y < 2 - x\}$$