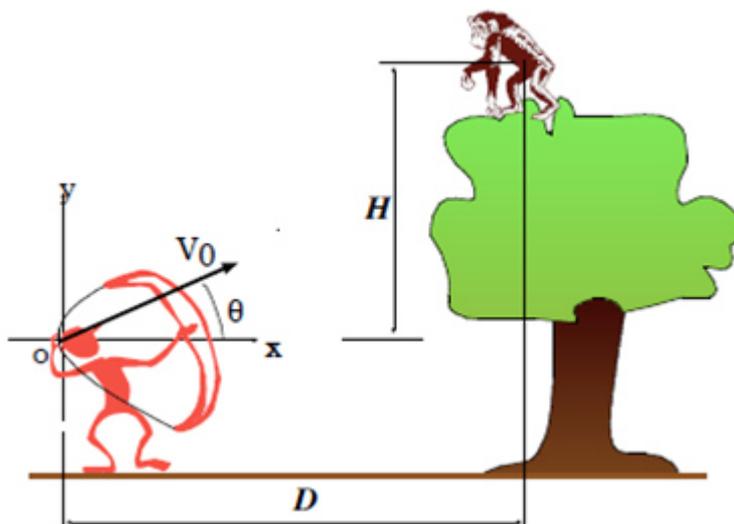


Esercizi Moto in due dimensioni

1. Un uomo primitivo, lancia una freccia, puntando direttamente (nella direzione di visione) verso una scimmia ferma su un albero di altezza H . La scimmia intuisce l'intenzione aggressiva e, nell'istante in cui parte la freccia, si lascia cadere al suolo. L'ignoranza della cinematica è fatale alla scimmia, che mentre cade viene centrata esattamente nella direzione orizzontale dopo t^* secondi. Se $H=10m$, $D=17.32m$ e sapendo che la velocità iniziale V_0 della freccia fa un angolo θ con il suolo.
- Calcolare il valore dell'angolo θ .
 - Calcolare il modulo di V_0 .
 - Calcolare il tempo t^* in cui la scimmia viene centrata dalla freccia.



Soluzione:

Troviamo l'equazione del movimento uniformemente accelerato sia per la freccia sia per la scimmia:

$$S = S_i + V_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

La freccia parte con una velocità iniziale $V_i = V_0$

La scimmia parte con una velocità iniziale $V_i = 0$

Per la freccia nell'asse X (l'accelerazione è 0):

$$S_{fx} = 0 + V_0 \cos(\theta) \cdot t + \frac{1}{2} (0) \cdot t^2$$

$$S_{fx} = V_0 \cos(\theta) \cdot t$$

Per la freccia nell'asse Y (l'accelerazione è -9,8):

$$S_{fy} = 0 + V_0 \sin(\theta).t + \frac{1}{2} (-9,8).t^2$$

$$S_{fy} = V_0 \sin(\theta).t - 4,9.t^2$$

Per la scimmia nell'asse X (l'accelerazione è 0), non si muove orizzontalmente perché è sempre a una distanza "D" dall'origine:

$$S_{sx} = D$$

Per la scimmia nell'asse Y (l'accelerazione è -9,8):

$$S_{sy} = H + 0.t + \frac{1}{2} (-9,8).t^2$$

$$S_{sy} = H - 4,9.t^2$$

- a) Nell'istante t^* la freccia e la scimmia occupano lo stesso punto nello spazio.

Nell'asse X, quindi $S_{fx} = S_{sx}$:

$$V_0 \cos(\theta).t^* = D \dots (1)$$

Nell'asse Y, quindi $S_{fy} = S_{sy}$:

$$V_0 \sin(\theta).t^* - 4,9.(t^*)^2 = H - 4,9.(t^*)^2$$

$$V_0 \sin(\theta).t^* = H \dots (2)$$

Dividendo le equazione (2) per l'equazione (1)

$$\tan(\theta) = H/D$$

quindi

$$\theta = \tan^{-1}(10 / 17,32) = \tan^{-1}(0,5774) = 30^\circ$$

- b) Nell'istante in cui la freccia colpisce la scimmia:

$$S_{fy} = 0$$

Ovvero per

$$S_{fy} = V_0 \sin(\theta).t^* - 4,9.(t^*)^2 = 0$$

Di cui otteniamo:

$$t^* = V_0 \sin(30) / 4,9 \dots (3)$$

Rimpiazzando in (1)

$$V_0 \cos(30). V_0 \sin(30) / 4,9 = 17,32$$

$$V_0^2 \cdot 0,866 \cdot 0,5 = 17,32 \cdot 4,9$$

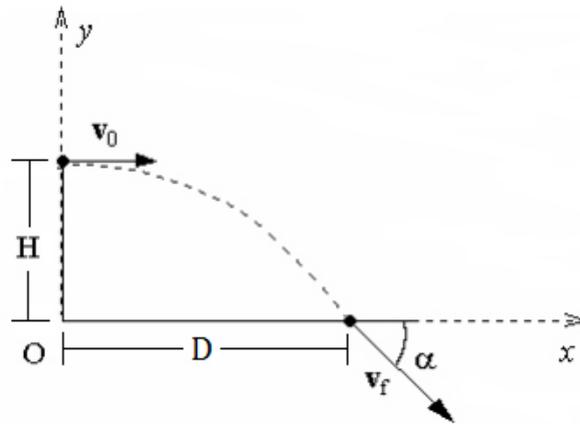
$$V_0^2 = 196$$

$$V_0 = 14 \text{ m/s}$$

- c) Da (3)

$$t^* = 14 \cdot 0,5 / 4,9 = 1,42 \text{ s}$$

2. **(Esame Settembre 2007)** Un sasso viene lanciato con velocità $V_0 = 20 \text{ ms}^{-1}$ in direzione orizzontale dalla sommità di una torre che si trova ad un'altezza H dal suolo. Sapendo che la direzione di moto del sasso al momento dell'impatto con il suolo forma un angolo $\alpha = -45^\circ$ con il piano orizzontale, calcolare:
- l'equazione della traiettoria del sasso durante il moto di caduta;
 - il valore di H ;
 - a quale distanza D dalla base della torre il sasso tocca il suolo.



Soluzione:

- L'equazione della traiettoria
 in X ($a = 0, X_0 = 0, V_{0x} = V_0$):
 $X(t) = X_0 + V_{0x} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$
 $X(t) = V_0 \cdot t \dots (1)$
 in Y ($a = -9,8, Y_0 = H, V_{0y} = 0$):
 $Y(t) = Y_0 + V_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$
 $Y(t) = H - 4,9 \cdot t^2 \dots (2)$
- Quando il sasso tocca il suolo:
 $Y(t_D) = 0$
 $H - 4,9 \cdot t_D^2 = 0$
 $H = 4,9 \cdot t_D^2 \dots (3)$
 La velocità finale in X ($a = 0, V_{0x} = V_0$):
 $V_{fx} = V_f \cdot \cos(360 - 45) = V_{0x} + a \cdot t_D$
 $0,707 \cdot V_f = 20$
 $V_f = 28,28$
 La velocità finale in Y ($a = -9,8, V_{0y} = 0$):
 $V_{fy} = V_f \cdot \sin(360 - 45) = V_{0y} + a \cdot t_D$
 $28,28 \cdot (-0,707) = -9,8 \cdot t_D$

$$t_D = 2.04 \text{ s}$$

in (3):

$$H = 20,4 \text{ m}$$

c) Quando il sasso tocca il suolo:

$$X(t_D) = D$$

Da (1):

$$X(t_D) = V_0 \cdot t_D$$

$$D = 20 \cdot 2.04 = 40,8 \text{ m}$$