Esercizio 3

fila A $f(x) = \dfrac{8+x-x^2}{1-x}$

$A = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ f è razionale ⇒ è linearizzabile in ogni punto del dominio

in particolare $f(0) = 8$ $f'(0) = 9$

$a(x) = f^2(x)$ è linearizzabile in $x=0$ perché composta da funzioni derivabili

Il polinomio di Mc Laurin di ordine 1 è

$p(x) = a(0) + a'(0)(x-0) = 64 + 144x$ essendo $a(0) = 64$ e $a'(0) = 2f(0)f'(0) = 144$

$b(x)$ è ben definita vicino a 0 perché $f(x) > 0$ essendo $f(0) > 0$ per il teorema della permanenza del segno.

Derivando la funzione composta otteniamo $b'(0) = \dfrac{f'(0)}{2\sqrt{f(0)}}$.

allora il polinomio di Mc Laurin richiesto è $p(x) = \sqrt{8} + \dfrac{9}{2\sqrt{8}}x$

$c(x)$ non è definita in $\emptyset$ e nemmeno vicino a $\emptyset$ ⇒ non risulterà linearizzabile in tale punto perchè $f(0) = 8$ mentre il dominio dell'arcoseno è $[-1, 1]$.

---

fila B $f(x) = \dfrac{6+x-x^2}{1-x}$ $(f(0) = 6$ e $f'(0) = -7)$

procedendo analogamente i polinomi di Mc Laurin di primo ordine delle funzioni $a(x)$ e $b(x)$ sono:

$p(x) = 36 - 84x$ e $p(x) = \sqrt{6} - \dfrac{7}{2\sqrt{6}}x$

$c(x)$ non è definita in $\emptyset$ e nemmeno vicino a $\emptyset$ ⇒ non è linearizzabile in tale punto perchè $f(0) = 6$ mentre il dominio dell'arcocoseno è $[-1, 1]$.

NOTA Per la parte teorica, si rimanda ai testi di Analisi Matematica