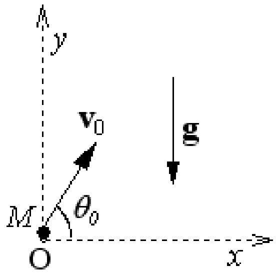
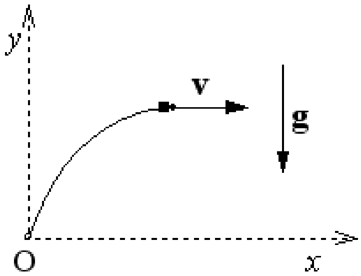
<u>Problemi aggiuntivi sulla Dinamica dei Sistemi di punti materiali:</u>

A) Impulso + conservazione quantità di moto

Problema n. 1: Un carro armato, posto in quiete su un piano orizzontale, spara una granata di massa $M = 15$ kg con una velocità di bocca $v = 150\ ms^{-1}$ad un angolo $\theta = 45°$ sopra il piano orizzontale. Al vertice della traiettoria la granata esplode istantaneamente, rompendosi in due frammenti di massa m_1 e m_2, rispettivamente, una doppia dell'altra. Il frammento di massa maggiore m_1, che dopo l'esplosione ha velocità nulla, cade verticalmente. Trascurando qualsiasi attrito con l'aria, determinare:

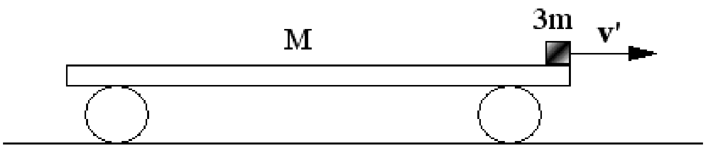
a) la velocità **v** del frammento di massa minore m_2 subito dopo l'esplosione;
b) la variazione di energia meccanica del sistema dovuta all'esplosione;
c) la distanza dal punto di lancio a cui tocca il suolo il frammento di massa minore m_2;
d) l'energia cinetica <u>interna</u> dei due frammenti al momento dell'impatto con il suolo.





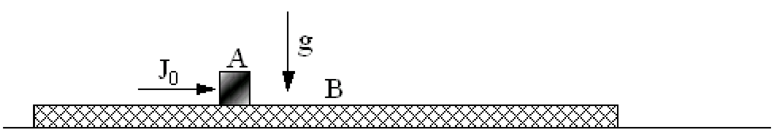
Problema n. 2: Un carrello ferroviario di massa $M = 600$ kg è fermo su un binario orizzontale e rettilineo che presenta attrito trascurabile. Sopra il carrello si trovano 3 scimmie, ognuna di massa $m = 50$ kg. Calcolare il modulo V della velocità finale del carrello nei due casi seguenti:

a) le 3 scimmie saltano a terra <u>contemporaneamente</u> e dalla stessa parte del carrello, tutte con velocità di modulo $v' = 5\ ms^{-1}$ e di direzione parallela al binario;
b) le 3 scimmie saltano a terra dallo stesso lato del carrello, <u>una dopo l'altra</u>, ognuna con velocità relativa al carrello, di direzione parallela al binario, e di modulo $v' = 5\ ms^{-1}$.



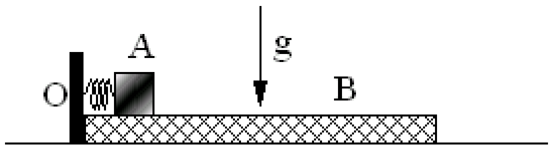
Problema n. 3: Un blocco A di massa $m = 4$ kg è appoggiato sopra una piastra B molto lunga di massa $M = 12$ kg, disposta su un piano orizzontale liscio. Tra le superfici a contatto del blocco A e della piastra B il coefficiente di attrito dinamico vale $\mu_d = 0.25$. Inizialmente il blocco è in quiete rispetto alla piastra, che è a sua volta in quiete rispetto al piano orizzontale. All'istante $t = 0$ al corpo A viene applicato un impulso di intensità $J_0 = 40$ kgm/s in direzione orizzontale come indicato in figura. Calcolare nel sistema di riferimento Oxy,t solidale al piano orizzontale (sistema L):

(a) la velocità del corpo A <u>subito</u> dopo l'applicazione dell'impulso;
(b) la velocità finale del sistema A+B, quando A è di nuovo in quiete rispetto a B;
(c) il lavoro della forza d'attrito, finché non è stato raggiunto lo stato di cui al punto (b);
(d) dopo quanto tempo il corpo A e la piastra B si muovono con uguale velocità.



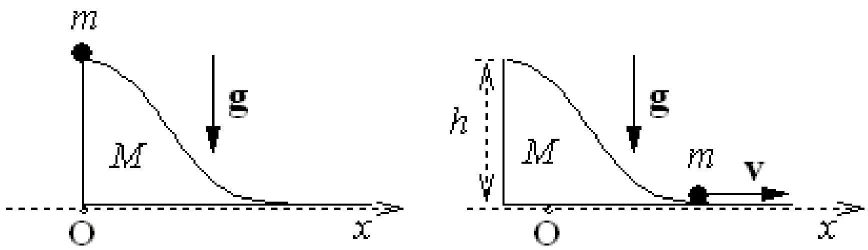
Problema n. 5: Un blocco A di massa m = 1 kg è posto sopra una piattaforma B di massa M = 5 kg, appoggiata a sua volta su un piano orizzontale perfettamente liscio. Il blocco è vincolato ad un punto O solidale sulla piastra tramite un filo che comprime completamente una molla di lunghezza a riposo l_0 = 0.2 m e costante elastica k = 225 N/m. Il sistema blocco più piattaforma è inizialmente in quiete All'istante t = 0 il filo si rompe e la molla si espande mettendo in moto il blocco lungo la piattaforma. L'attrito tra il blocco e la piattaforma è trascurabile. Assumendo che l'azione esercitata dalla molla sul blocco cessi quando essa ha raggiunto la lunghezza di riposo l_0, calcolare:

a) l'energia meccanica totale iniziale del sistema blocco + piattaforma;
b) la velocità assoluta dei due corpi subito dopo il distacco del blocco dalla molla;
c) la velocità del centro di massa del sistema finché il blocco non cade dalla piattaforma;
d) l'energia cinetica interna del sistema finché il blocco non cade dalla piattaforma.



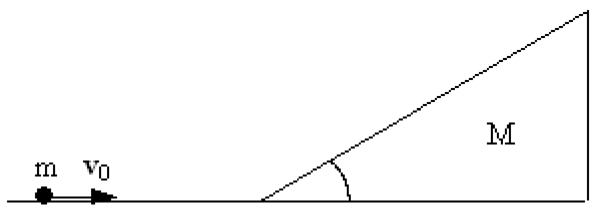
Problema n. 4: Un blocchetto di massa m = 0.5 kg viene lasciato libero di muoversi nel piano verticale Oxy, partendo da fermo alla sommità di un cuneo di massa M = 3 kg avente una superficie liscia e profilo curvilineo, il quale è appoggiato a sua volta su una superficie orizzontale priva di attrito, come schematizzato in figura. Quando il blocchetto abbandona il cuneo la sua velocità rispetto al piano orizzontale è **v** = 4.0 ms^{-1} **i**. Determinare:

(a) la velocità **V** del cuneo dopo che il blocchetto ha raggiunto in piano orizzontale;
(b) l'altezza h del cuneo in cui si trova inizialmente il blocchetto;
(c) l'energia cinetica interna del sistema blocchetto + cuneo dopo che il blocchetto ha abbandonato il cuneo.



Problema n. 6: Un punto materiale di massa m = 0.3 kg si muove su un piano orizzontale <u>liscio</u> con velocità v_0 = 8 ms^{-1}. All'istante t = 0 esso raggiunge la base e inizia a salire lungo la linea di massima pendenza di un cuneo liscio, assimilabile a un piano inclinato, avente massa M = 1.2 kg, appoggiato al piano orizzontale con cui forma un angolo $\alpha = \pi/6$ *rad*. Assumendo che il raccordo tra il piano orizzontale e il cuneo avvenga con continuità e senza l'intervento di forze esterne impulsive, calcolare:

a) la massima altezza H_{max} raggiunta dal punto con riferimento al piano orizzontale;
b) la velocità V del cuneo nell'istante in cui il punto raggiunge l'altezza massima su di esso;
c) la velocità del cuneo e del punto materiale quando questo è tornato sul piano orizzontale.



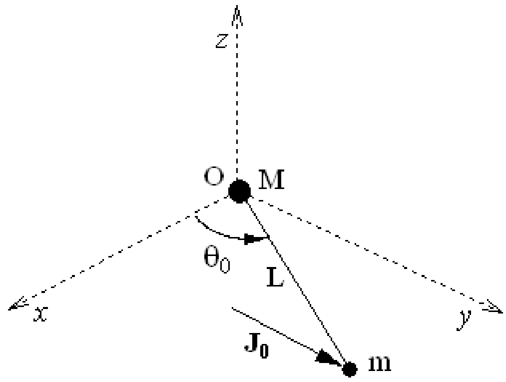
B) Applicazione delle Leggi Cardinali e dei teoremi validi per i sistemi di particelle.

Problema n. 1: Due corpi puntiformi aventi massa M = 2.4 kg e m = 1.2 kg, rispettivamente, sono fissati alle estremità opposte di un'asta rigida di massa trascurabile e di lunghezza L = 0.9 m. Inizialmente il sistema dei due corpi è posto in quiete su piano xy orizzontale, perfettamente liscio, con la massa M posta nell'origine O, mentre l'asta forma con l'asse di riferimento x un angolo $\theta_0 = \pi/3$ rad. All'istante t = 0 viene applicato al corpo di massa m un impulso istantaneo di intensità J_0 = 5.4 kg m ms^{-1} in direzione parallela all'asse y e verso concorde, e il sistema si mette istantaneamente in moto roto-traslatorio nel piano xy. Calcolare:

a) le componenti cartesiane dell'impulso istantaneo $\mathbf{J}_0$;
b) le componenti cartesiane del vettore posizione iniziale $\mathbf{r}_{CM}$ del centro di massa del sistema.

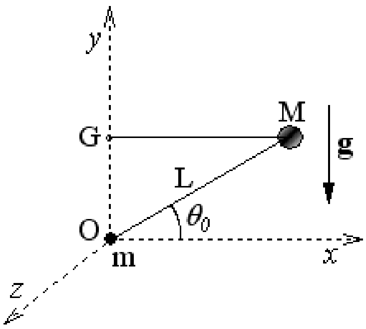
Con riferimento al moto roto-traslazionale dopo l'applicazione dell'impulso determinare:

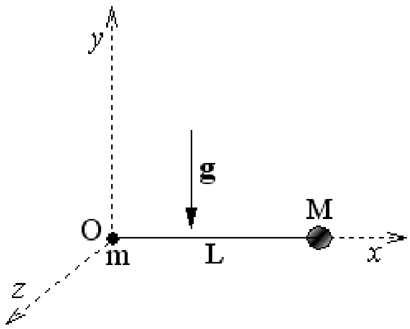
c) la velocità $\mathbf{v}_{CM}(t)$ del centro di massa del sistema;
d) la legge oraria $\mathbf{r}_{CM}(t)$ del moto del centro di massa del sistema;
e) il momento della quantità di moto del centro di massa $\mathbf{L}_{CM}(t)$ rispetto al polo O;
f) il momento della quantità di moto totale del sistema $\mathbf{L}_O(t)$ rispetto al polo O;
g) il momento della quantità di moto intrinseco $\mathbf{L}_{CM}^{INT}$;
h) la velocità angolare $\omega(t)$ di rotazione del sistema;
i) l'energia cinetica interna E_k^{INT} ;
j) la tensione **T** dell'asta.



Problema n. 2: Due corpi puntiformi, di massa m = 2 kg e M = 4 kg rispettivamente, sono fissati alle estremità di un'asta sottile, rigida di lunghezza L = 1.2 m e di massa trascurabile, formando un manubrio asimmetrico. Il corpo di massa m è incernierato al punto O di un asse orizzontale fisso, così che il manubrio possa ruotare senza incontrare attrito alcuno nel piano verticale passante per il punto O. Inizialmente il manubrio viene mantenuto in equilibrio in configurazione tale che l'asta formi un angolo $\theta_0 = \pi/6$ rad° con l'asse orizzontale tramite una fune ideale, di massa trascurabile, disposta orizzontalmente, che collega la massa M ad un gancio fisso G posto nel piano verticale al di sopra del punto O. All'istante t = 0 la fune si spezza e il manubrio si mette in rotazione nel piano verticale. Determinare nel sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxyz:

a) le componenti cartesiane della reazione iniziale $\mathbf{R}_G$ sviluppata dal gancio fisso G;
b) le componenti cartesiane della reazione iniziale $\mathbf{R}_O$ sviluppata dalla cerniera in O;
c) il modulo della velocità angolare ω del manubrio nell'istante in cui esso raggiunge la configurazione orizzontale;
d) l'energia cinetica interna del manubrio in tale istante;
e) la tensione **T'** dell'asta quando il manubrio raggiunge la configurazione di cui al punto c).
f) la reazione **R'** sviluppata dall'asse di rotazione passante per O quando il manubrio si trova in tale configurazione.



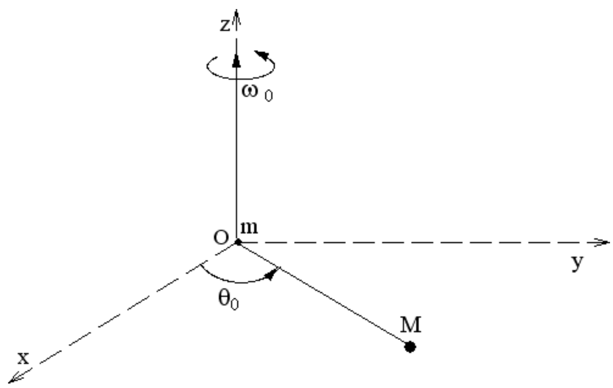


Problema n. 3: Due corpi puntiformi, rispettivamente di massa $m = 1\ kg$ e $M = 5\ kg$, sono vincolati agli estremi di un'asta rigida sottile di massa trascurabile e di lunghezza $L = 1.2\ m$. Il sistema è posto sul piano orizzontale liscio xy e ruota in questo piano con velocità angolare $\omega_0 = 10\ rad/s$ in senso anti-orario attorno ad un asse verticale z, fisso e passante per la posizione O del corpo puntiforme di massa m. Assumendo che all'istante $t = 0$ l'asta formi un angolo $\theta_0 = \pi/3\ rad$ con l'asse di riferimento x, calcolare nel sistema di riferimento Oxy:

a) il lavoro che è stato speso per portare il sistema dallo stato di quiete allo stato di moto indicato più sopra;
b) il modulo della reazione del vincolo in O durante il moto di rotazione del sistema;
c) le coordinate cartesiane del vettore posizione $\mathbf{r}_{CM}$ del suo centro di massa nell'istante t=0;
d) le componenti cartesiane della legge oraria del moto del centro di massa per t>0;

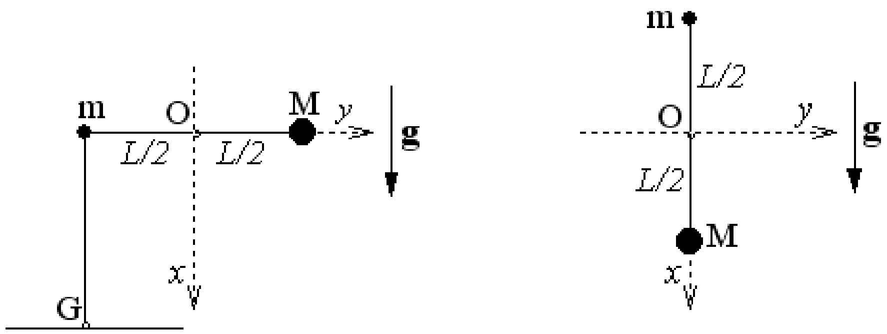
Supponendo che dopo una rotazione del manubrio di un angolo pari a 5π/3 rad attorno all'asse z il vincolo agente sul corpo di massa m venga istantaneamente rimosso e che il sistema continui il suo moto nel piano orizzontale non più soggetto a tale vincolo, calcolare con riferimento al moto successivo:

e) la legge oraria del moto del centro di massa del sistema;
f) l'energia cinetica interna del sistema;
g) il momento angolare del sistema rispetto al punto O;
h) il momento angolare intrinseco del sistema.



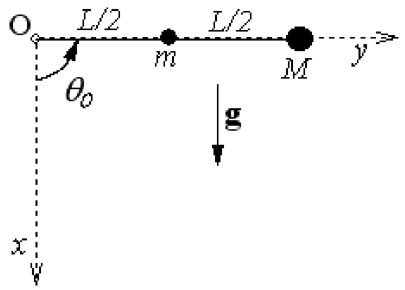
Problema n. 4: Un manubrio asimmetrico è costituito da due corpi puntiformi di massa $m = 2\ kg$ e $M = 6\ kg$, rispettivamente, fissati alle estremità di un'asta rigida, sottile, di massa trascurabile e di lunghezza $L = 0.8\ m$. Il manubrio è imperniato su un asse orizzontale fisso passante per il punto medio O dell'asta attorno a cui il sistema può ruotare, senza attrito alcuno, nel piano verticale xy. Inizialmente il manubrio viene mantenuto in quiete, in configurazione orizzontale ad un'altezza dal suolo maggiore di $L/2$, tramite una fune ideale disposta verticalmente, che collega il corpo puntiforme di massa m con un gancio G, posto al suolo. All'istante $t = 0$ la fune si spezza e il manubrio si mette in rotazione nel piano verticale attorno all'asse passante per il punto O. Calcolare nel sistema di riferimento Oxyz, con il piano xy coincidente con il piano verticale:

b) le coordinate cartesiane del centro di massa del manubrio prima della rottura della fune;
c) la tensione iniziale **T** della fune;
d) la reazione iniziale $\mathbf{R}_O$ sviluppata dal perno in O;
e) il modulo dell'accelerazione angolare del manubrio <u>subito dopo</u> (i.e. t = 0_+) la rottura della fune;
f) la velocità angolare di rotazione del sistema quando, dopo aver compiuto una rotazione di π/2 rad, raggiunge la configurazione verticale;
g) l'energia cinetica interna E_k^{INT} del sistema in questa configurazione;
h) la reazione $\mathbf{R}_O$**'** sviluppata dal perno in O quando il manubrio raggiunge la configurazione di cui al punto e).

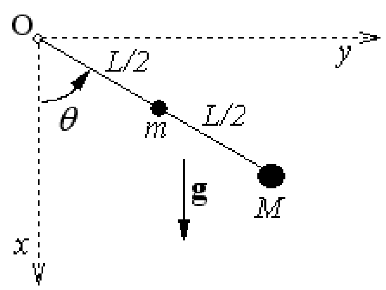


Problema n. 5: Un pendolo fisico, costituito da due corpi puntiformi di massa $m = 0.5\ kg$ e $M = 1\ kg$ fissati rispettivamente nel punto medio e all'estremità di un'asta sottile, rigida, priva di massa e di lunghezza $L = 1.2\ m$, oscilla in un piano verticale, con ampiezza $\theta_0 = 90°$ attorno al punto di sospensione O, coincidente con l'altra estremità dell'asta. Determinare in funzione della coordinata angolare θ, indicata in figura:

a) la velocità angolare $\omega(\theta)$ di rotazione del pendolo attorno al punto O;
b) il modulo $V_{CM}(\theta)$della velocità del centro di massa del pendolo;
c) l'energia cinetica interna $E_k^{INT}(\theta)$ del pendolo;
d) il modulo $a_{CM}(\theta)$dell'accelerazione del centro di massa del pendolo;
e) il modulo $R_O(\theta)$ della reazione vincolare nel punto di sospensione del pendolo.



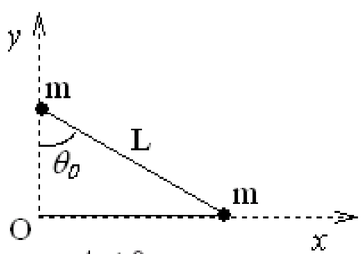
t = 0



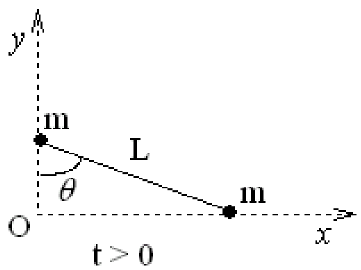
t > 0

Problema n. 6: Due corpi puntiformi entrambi di massa $m = 2\ kg$ sono attaccati all'estremità di un'asta rigida di massa trascurabile e di lunghezza $L = 0.8\ m$. Il sistema è appoggiato con gli estremi ad una parete verticale e al piano orizzontale entrambi lisci, nella configurazione in cui l'asta forma un angolo $\theta_0 = \pi/3$ rad con la parete verticale. Il manubrio viene mantenuto in equilibrio in tale configurazione mediante una corda, inestensibile e priva di massa, attaccata al corpo appoggiato sul piano orizzontale e fissata al punto O di incontro della parete verticale con il piano orizzontale. All'istante $t = 0$ la corda improvvisamente si spezza e il manubrio si mette in moto sotto l'azione della forza peso del corpo appoggiato alla parete verticale liscia. Determinare:

a) le componenti cartesiane del vettore posizione del centro di massa per $t < 0$;
b) la tensione della corda per $t < 0$;
c) l'espressione del modulo della velocità angolare del manubrio dopo la rottura della corda ($t > 0$) in funzione dell'angolo θ formato dall'asta con la parete verticale;
d) l'energia cinetica interna del manubrio dopo che l'asta ha ruotato di un angolo $\theta_0 = \pi/6$ rad rispetto alla configurazione iniziale;
e) il momento angolare totale del manubrio rispetto al polo O;
f) il momento angolare del centro di massa del sistema (rispetto al polo O!), e il momento angolare intrinseco (rispetto al CM!).



t < 0



t > 0