

Verona, 20 giugno 2011

ANALISI MATEMATICA II
per Informatica

Candidato: _____ **Matricola:** _____

Esercizio 1 a. Parametrizzare l'ellisse di equazione

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

- b. Determinare la curvatura dell'ellisse del punto (a) in un punto generico.
c. Scrivere le equazioni dei cerchi osculatori nei punti di ascissa 2, e disegnarli.
d. Determinare un'equazione dell'evolvente.

Esercizio 2 Sia S la superficie di equazione

$$z = f(x, y) = x^2y + 3xy - 3x^2 - 4x + 2y.$$

- a. Scrivere un'equazione del piano tangente a S nel punto $P = (1, 1, f(1, 1))$.
b. Determinare i massimi e minimi relativi di $f(x, y)$.
c. Determinare i massimi e minimi assoluti di $f(x, y)$ nel dominio $D = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$.

Esercizio 3 Si consideri il campo vettoriale:

$$\mathbf{F} = (2y + z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}.$$

- a. Calcolare il lavoro compiuto dal campo \mathbf{F} lungo l'arco di curva

$$r(t) : \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \\ z = 4 \end{cases}$$

con $0 \leq t \leq 2\pi$, e percorso nel verso delle t crescenti.

- b. Calcolare il flusso di $\nabla \times \mathbf{F}$ uscente dal disco $S = \{(x, y, 4) : x^2 + y^2 \leq 4\}$, orientato con la normale \mathbf{k} , e controllare il risultato del punto (a).
c. Dire se il campo \mathbf{F} è conservativo o no, giustificando l'affermazione.

Esercizio 4 Sia V il solido formato da un cilindro di raggio 2 e altezza 5, appoggiato sul piano xy e centrato sull'origine, e racchiuso, nella parte superiore, da una cupola semisferica.

- a. Dare la descrizione matematica del solido V e calcolarne il volume.
b. Calcolare il flusso totale di $\mathbf{F} = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$ uscente da V ed il flusso uscente attraverso ogni superficie che forma la frontiera di V . Quale teorema conviene usare?

Esercizio 5 a. Si verifichi che la seguente ED è omogenea, e la si risolva:

$$x^2 \frac{dy}{dx} = y^2 + 2xy$$

- b. Si integri la seguente ED lineare del primo ordine:

$$x \frac{dy}{dx} = x^4 + 3y$$