

Esercizio 1

Definire induttivamente $P[t/x]$ (sostituzione di tutte le occorrenze libere di x nella formula P con il termine t)

Esercizio 2

Sia F una partizione di A e \sim_F la relazione su A definita da $a \sim_F b$ sse esiste $X \in F$ tale che $a, b \in X$. Dimostrare che \sim_F è una relazione di equivalenza.

Esercizio 3

Usando la definizione di interpretazione/valutazione per la logica proposizionale (non devono essere usate le tavole di verità) stabilire se, per ogni formula A, B e F , la formula

$(A \wedge \neg A) \rightarrow \neg((B \wedge \neg A) \vee \neg(F \rightarrow A))$ è una tautologia.

Esercizio 4

Sia $\leq \subseteq \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ la relazione standard di ordine totale tra numeri razionali. Si consideri la relazione $\rho \subseteq (\mathbb{Q} \cup \{\pi\}) \times (\mathbb{Q} \cup \{\pi\})$ così definita:

$$\rho = \{(y, z): y \in \mathbb{Q}, z \in \mathbb{Q} \text{ e } y \leq z\} \cup \{(\pi, \pi)\} \cup \{(\pi, q): q \in \mathbb{Q}\}$$

ρ è una relazione d'ordine parziale?

Esercizio 5

Sia $A \subseteq \mathbb{Q}$ e $|A| \neq \aleph_0$, si dimostri per induzione che $|P(A)| = 2^{|A|}$

Esercizio 6

Si esibisca un esempio di insieme parzialmente ordinato $(A, <)$ (definendo rigorosamente la relazione d'ordine $<$) tale che A sia infinito e ogni sottoinsieme di A ha estremo inferiore.