

# Diario del Corso Analisi Matematica I

1. Martedì 1 ottobre 2013

Presentazione del corso. Nozioni di Teoria degli Insiemi. Numeri Naturali, loro proprietà, rappresentazione geometrica, sommatoria, principio di induzione.

2. Giovedì 3 ottobre 2013

Numeri Interi, loro proprietà e rappresentazione geometrica. Numeri Razionali, loro proprietà e rappresentazione geometrica. Numeri Reali e loro proprietà. Assioma di Separazione.

3. Martedì 8 ottobre 2013

Funzione, dominio, codominio, insieme immagine grafico, funzione reale di variabile reale, funzione iniettiva, surgettiva e bigettiva, funzione composta, funzione inversa.

4. Giovedì 10 ottobre 2013

Funzione strettamente monotona, debolmente monotona ed esempi. Relazioni fra invertibilità e monotonia. Intervalli limitati e non limitati. Funzione identità. Funzione Parte Intera. Funzione valore assoluto e proprietà.

5. Martedì 22 ottobre 2013

Funzione quadrato. Maggiorante, minorante, insieme superiormente limitato, insieme inferiormente limitato, massimo, minimo, teorema di esistenza dell'estremo superiore ed inferiore, estremo superiore, estremo inferiore, teorema di caratterizzazione dell'estremo superiore.

6. Giovedì 24 ottobre 2013

Teorema di caratterizzazione dell'estremo inferiore. Esercizi su  $\sup A$ ,  $\inf A$ ,  $\max A$ ,  $\min A$ . Proprietà fondamentali degli estremi superiore ed inferiore. Relazione fra estremo superiore/inferiore della somma di funzioni e estremo superiore/inferiore dei singoli addendi. Massimo, minimo, punto di massimo, punto di minimo di una funzione. Esercitazione in classe.

7. Martedì 29 ottobre 2013

Funzione potenza ad esponente naturale, funzione potenza ad esponente intero, funzione radice ennesima, polinomio, funzione razionale, funzione potenza ad esponente razionale, funzione esponenziale e proprietà. Funzione logaritmo e proprietà.

8. Giovedì 31 ottobre 2013

Esercitazione in classe. Esercizio: determinare il grafico di una funzione composta.

Introduzione ai limiti. Intorno di un punto, intorno forato di un punto, punto di accumulazione (finito ed infinito), esempi.

9. martedì 5 novembre 2013

Punto isolato. Limite finito in un punto. Limite finito all'infinito. Asintoto orizzontale. Verifica di limite finito tramite definizione. Teorema della permanenza del segno (con dimostrazione) ed applicazione.

10. giovedì 7 novembre 2013

Teorema di unicità del limite (finito) di funzioni convergenti (con dimostrazione), teorema di limitatezza locale (con dimostrazione), teorema del confronto dei limiti e confronto di funzioni, teorema dei due carabinieri o delle tre funzioni (con dimostrazione), intersezione infinita di intorni può non essere intorno, relazione fra limite di una funzione e limite del valore assoluto di una funzione (con dimostrazione), teorema di caratterizzazione del limite. Algebra dei limiti finiti (Teorema su somma algebrica, prodotto e quoziente di limiti finiti). Limite infinito. Verifica di limiti infiniti tramite definizione. Asintoto verticale. Asintoto obliquo. Teorema di non limitatezza locale. Teorema di unicità del limite (finito ed infinito) (con dimostrazione). Teorema del confronto (con dimostrazione). Limite di potenza ad esponente naturale in un punto e all'infinito.

11. martedì 12 novembre 2013

Successione, limite di  $a^{(1/n)}$ , fattoriale, coefficiente binomiale, triangolo di Tartaglia, binomio di Newton, disuguaglianza di Bernoulli.

Estensioni dei teoremi relativi all'algebra dei limiti: somma di infinitesima e inferiormente limitata, prodotto di infinitesima per limitata, prodotto di infinita per limitata.

12. giovedì 14 novembre 2013

Estensioni dei teoremi relativi all'algebra dei limiti: quoziente di limitata su infinita, quoziente di infinita su limitata, quoziente di infinita o convergente su infinitesima. Esempi.  $1/x$  non ha limite per  $x$  che tende a zero. Forme indeterminate. Esempi. Punto di accumulazione da destra e da sinistra, limite destro e sinistro. Esercitazione su esercizio teorico corretto poi dai compagni. Limite di esponenziale e logaritmo. Limiti di  $\sin x$  e  $\cos x$  in un punto reale (con dimostrazione),  $|\sin x| \leq |x|$  con dimostrazione.

13. martedì 19 novembre 2013

Limite notevole  $\sin(x)/x$  (con dimostrazione),  $|x| \leq |\operatorname{tg} x|$  con dimostrazione.

Teorema limiti per sostituzione ed esempi. Limiti per successione.  $\sin x$  e  $\cos x$  non hanno limite all'infinito. Limite notevole  $(1 - \cos x)/x^2$  con dimostrazione. Esercizio di applicazione del teorema del confronto. Limite di successione. Definizione di "funzione che ha una proprietà definitivamente".

14. martedì 26 novembre 2013

Limiti di funzioni razionali fratte in un punto e all'infinito. Applicazioni.

15. giovedì 28 novembre 2013

Limiti di funzioni e di successioni in particolare successioni relative al confronto di esponenziale con potenza, di esponenziale con fattoriale. Limiti notevoli (esponenziale su potenza, esponenziale per potenza, logaritmo su potenza). Esercitazione in classe.

16. martedì 3 dicembre 2013

Limite notevole (logaritmo per potenza). Esercizi su limiti.

Continuità: in un punto isolato, in un punto di accumulazione, in un insieme. Esempi: polinomi, esponenziale, seno, coseno, parte intera. Discontinuità eliminabile, di I e di II specie. Prolungamento per continuità. Teorema della permanenza del segno per funzioni continue. Algebra delle funzioni continue (somma, prodotto e quoziente). Corollario: continuità di funzioni razionali, tangente e cotangente. Teorema di continuità della composta. Studio del limite di funzioni del tipo  $(f(x))^{g(x)}$ . Teorema di continuità della funzione inversa. Corollario: continuità di radici, logaritmi, arcoseno, arcocoseno, arcotangente. Esercizi sullo studio di funzioni continue.

17. giovedì 5 dicembre 2013

Teorema di esistenza del limite di successioni debolmente monotone. Teorema continuità o discontinuità di I specie di funzioni monotone (con dimostrazione). Definizione del numero di Nepero e limiti notevoli ad esso collegati.

Definizione di sottosuccessione, Teorema di compattezza delle successioni limitate. Proprietà delle successioni convergenti nei chiusi. Teorema di esistenza delle successioni minimizzanti e massimizzanti. Teorema di Weierstrass (con dimostrazione). Controesempi. Teorema di Weierstrass generalizzato. Teorema degli zeri. Teorema degli zeri generalizzato. Esercizio di applicazione. Teorema dei valori intermedi.

Derivata: introduzione e significato geometrico, funzione derivabile in un punto, retta tangente. Continuità di una funzione derivabile e controesempio.

18. martedì 10 dicembre 2013

Derivata delle funzioni: costante, quadrato, seno, coseno, esponenziale. Teorema del differenziale, polinomio di Taylor del primo ordine. Derivata di somma, prodotto, quoziente di funzioni derivabili. Applicazioni: derivata delle funzioni: razionali, tangente e cotangente. Derivabilità di potenza ad esponente naturale. Derivata della funzione inversa, applicazioni: derivata di arcoseno, arcocoseno, arcotangente.

19. giovedì 12 dicembre 2013.

Derivata del logaritmo. Derivata di potenza ad esponente intero, derivata di potenza ad esponente razionale e reale. Derivata della funzione composta ed esempi. Esercizi su polinomio di Taylor e retta tangente.

Definizione di punto di minimo/massimo assoluto/relativo, valore di minimo/massimo assoluto/relativo. Condizioni necessarie di I ordine per l'esistenza di minimo/massimo relativo ed esempi. Teorema di Rolle, esempi e significato geometrico. Teorema di Lagrange, applicazioni (maggiorazioni di  $e^x-1$ ,  $x-\sin x$ ,  $x-\arctan x$ ) e significato geometrico. Teorema di Cauchy e corollario.

Relazioni fra la derivata prima e la monotonia della funzione. Condizioni sufficienti di minimo relativo. Studio degli estremanti di una funzione.

20. martedì 17 dicembre 2013.

I teorema di de l'Hospital, applicazione del teorema di de l'Hospital (previa verifica delle condizioni del teorema). Il teorema di de l'Hospital. Corollario relativo al rapporto incrementale ed applicazioni per risolvere le forme indeterminate. Esempi.

Definizione di infinitesimo. Criterio di confronto fra infinitesimi. Esempi.

21. giovedì 19 dicembre 2013.

Principio di sostituzione per infinitesimi. Teoremi su prodotto e somma di infinitesimi. Infinitesimo fondamentale. Ordine di infinitesimo. Esempi di infinitesimi. Parte principale. Teoremi su prodotto e somma di infinitesimi con ordine. Esempi.

Definizione di infinito. Criterio di confronto fra infiniti. Principio di sostituzione per infiniti.

Teoremi su somma e prodotto di infiniti. Infinito fondamentale. Ordine di infinito. Teoremi su prodotto e somma di infiniti con ordine.

Formula di Taylor con resto di Peano. Polinomio di Taylor di ordine  $n$ . Retta tangente. Parabola tangente. Formula di Taylor con resto di Lagrange. Esempio:  $e^x$ . Definizione alternativa di  $e$ . Condizioni sufficienti di II ordine, condizioni necessarie di II ordine. Condizioni sufficienti generalizzate. Esempio.

Intervallo come combinazione lineare convessa. Funzione convessa. Significato geometrico.

Relazioni fra convessità e continuità. Relazione fra convessità e retta tangente e derivata prima e fra convessità e derivata seconda. Funzione concava. Significato geometrico. Relazione fra concavità e retta tangente e derivata prima e fra concavità e derivata seconda. Condizioni sufficienti di minimo/massimo relativo.

Esercizio: disegnare la soluzione di una equazione differenziale senza risolverla.

22. martedì 7 gennaio 2014

Studio di funzione.

Integrale indefinito.

Primitiva definizione ed esempi. Relazioni fra primitive. Teoremi sulle primitive in un intervallo.

Integrale indefinito: definizione ed esempi. Teorema di esistenza delle primitive.

23 giovedì 9 gennaio 2014

Linearità degli integrali indefiniti. Esempi.

Teorema di integrazione per sostituzione. Applicazioni. Metodo di sostituzione inversa.

Applicazioni. Integrazione per parti. Applicazioni. Integrale delle funzioni razionali con denominatore avente radici semplici. Applicazioni.

24 martedì 14 gennaio 2014

Integrali delle funzioni razionali con denominatore avente radici reali multiple, non reali semplici e multiple. Formula ricorrente. Applicazioni. Integrazione di alcune funzioni irrazionali. Applicazioni.

25. giovedì 16 gennaio 2014

Integrazione di alcune funzioni irrazionali. Applicazioni.

Sostituzione di integrali la cui integranda è una funzione razionale di  $\sin^2 x$ ,  $\cos^2 x$ ,  $\sin x \cos x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $e^x$ ,  $\log x/x$ . Applicazioni.

Esercitazione in aula.

Integrale di Riemann: somma inferiore e superiore, partizione, funzione integrabile secondo Riemann. Esempi di funzioni integrabili e non integrabili. Proprietà delle funzioni integrabili. Integrabilità di funzioni che differiscono per un insieme finito di punti. Condizioni sufficienti di integrabilità.

26. martedì 21 gennaio 2014

Confronto fra integrale definito e indefinito. Teoremi della media (con dimostrazione).

Funzione integrale. Proprietà di continuità (con dimostrazione). Teorema fondamentale del calcolo integrale (con dimostrazione). Formula fondamentale del calcolo integrale (con dimostrazione).

Integrale definito di Riemann per parti e per sostituzione.

Calcolo di integrali per approssimazione e stima di errore

27. giovedì 23 gennaio 2014

Significato geometrico dell'integrale definito. Integrale di funzioni pari e dispari. Applicazioni.

Integrale improprio convergente su intervalli limitati. Esempi. Integrale improprio e integrale di Riemann. Esempi. Integrale improprio assolutamente convergente. Convergenza assoluta implica convergenza semplice. Criterio del confronto. Dominanza con funzione integrabile. Criterio asintotico. Condizioni sufficienti di convergenza.

Integrale improprio convergente su intervalli non limitati. Teorema del confronto. Esempi. Condizioni sufficienti di convergenza.

Esercizi sul grafico della funzione integrale. Esercizi sul calcolo di limiti attraverso gli ordini.