Foglio 10

Consegna giovedì 12 gennaio 2012 ore 11:30

Esercizio 1 (Punti 2+2+2). Nello spazio euclideo reale, in cui sia fissato un riferimento cartesiano, si consideri il triangolo ABC di vertici $A(0,0,0)$, $B(1,2,1)$ e $C(0,4,0)$.

1. Determinare il baricentro $\mathcal{G}$ del triangolo.
2. Determinare l'incentro $\mathcal{I}$ del triangolo.
3. Determinare l'equazione della bisettrice dell'angolo $\hat{B}$.

Esercizio 2 (Punti 2+1+2+1+3). Si considerino i piani π di equazione cartesiana $2x - y + 3z - 1 = 0$ σ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 2 + \xi - \eta \\ y = 2\xi + \eta \qquad \xi, \eta \in \mathbb{R}. \\ z = -1 + \eta \end{cases}$$

1. Determinare le equazioni parametriche di π e l'equazione cartesiana di σ.
2. Determinare la mutua posizione dei due piani.
3. Sia $P\,(1,-1,0)$. Determinare le proiezioni P_π e P_σ di P su π e σ lungo $\vec{w} = [1 \quad -1 \quad 0]^T$.
4. Determinare le proiezioni ortogonali P'_π di P su π.
5. Determinare l'area del triangolo $P_\sigma P_\pi P'_\pi$.

Esercizio 3 (Punti 1+2+1+2+1+2). Nello spazio euclideo reale, in cui sia fissato un riferimento cartesiano

1. determinare il fascio di piani $\mathcal{F}_r$ di asse
$$r : \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases};$$
2. determinare i piani π_1 e π_2 del fascio $\mathcal{F}_r$ passanti, rispettivamente per $P_1\ (1,2,1)$ e $P_2\ (2,1,1)$;
3. determinare il piano passante per P punto medio di P_1P_2;
4. determinare le distanze $d_1 = \mathrm{d}(P_1; r)$ e $d_2 = \mathrm{d}(P_2; r)$;
5. verificare che π biseca π_1 e π_2;
6. determinare la sfera di centro P e tangente sia π_1 che π_2.

Esercizio 4 (Punti 6). ☻Nello spazio euclideo reale si considerino i vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$. Dimostrare che se si decompone $\vec{v}$ come somma di $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ in cui $\vec{v}_1$ è ortogonale a $\vec{w}$ e v_2 è parallelo a $\vec{w}$, allora le superfici dei due parallelogrammi aventi come lati i vettori $\vec{v}\,\vec{v}_1$ (primo parallelogramma) e $\vec{v}\,\vec{v}_2$ (secondo parallelogramma) sono uguali. Interpretare geometricamente il risultato.

Le risposte vanno adeguatamente giustificate