Capitolo2
Moto in una dimensione

Modello di punto materiale (o approssimazione di punto materiale): una semplificazione della realtà in cui un corpo esteso viene approssimato da un punto senza dimensione. Per esempio il moto della terra attorno al sole può essere descritto senza considerare una serie di fenomeni (attività sismica, moto degli oceani etc) che non influenzano significativamente il suo moto intorno al sole. Inoltre la sua dimensione non entra nella forza gravitazionale. Quindi la terra può essere schematizzata come un punto materiale.

In generale il moto di un oggetto può essere molto complicato, perché il moto di traslazione (moto attraverso lo spazio) può essere accompagnato da rotazione o altri moti interni. Tuttavia spesso si può lavorare sotto l'approssimazione di punto materiale.

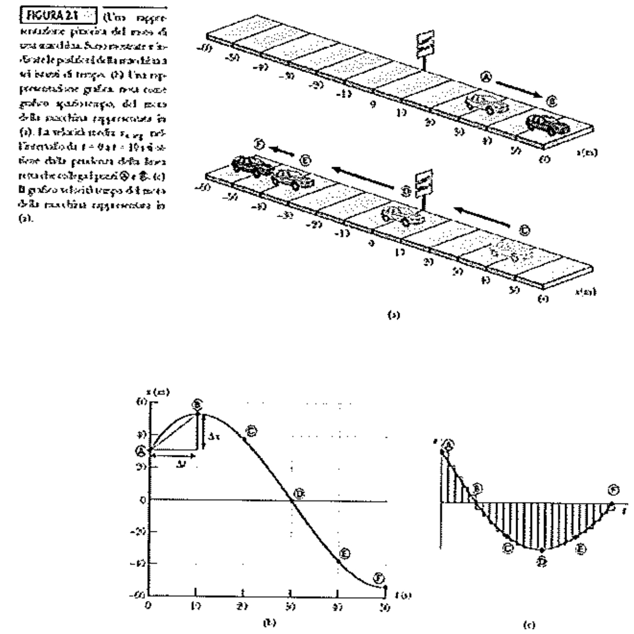
EdiSES

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 2

Moto di una particella è determinato in maniera completa quando si conosce la posizione della particella ad ogni istante temporale.

Moto unidimensionale lungo l'asse x.

Definiamo vettore posizione come il vettore che congiunge l'origine degli assi con la posizione della particella: $\mathbf{X}_i = x_i\hat{\mathbf{i}}$ (xi=coordinata del punto all'istante iniziale).
Definiamo vettore spostamento come: $\Delta\mathbf{X} = \mathbf{X}_f - \mathbf{X}_i = x_f\hat{\mathbf{i}} - x_i\hat{\mathbf{i}} = (x_f - x_i)\hat{\mathbf{i}} = \Delta x\,\hat{\mathbf{i}}$

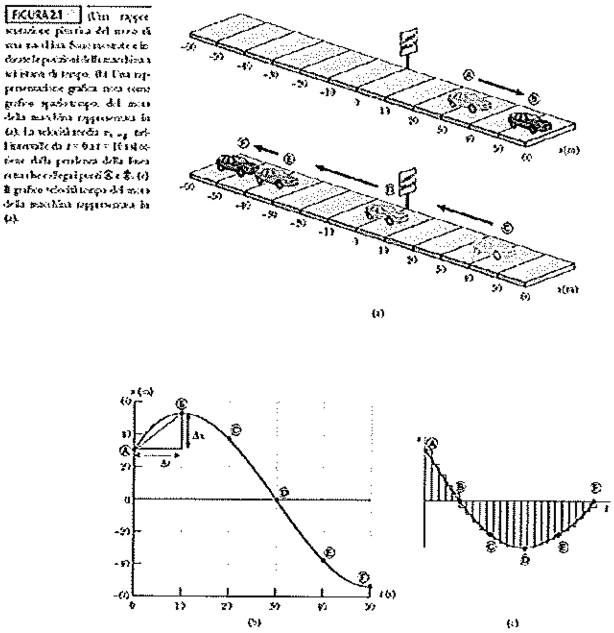


Essendo il moto monodimensionale tralasciamo il simbolo di vettore

Unità di misura
$\frac{m}{s}$

(velocità vettoriale)

EdiSES

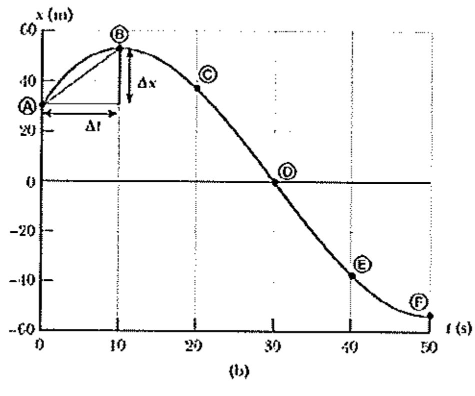


Il segno della velocità indica la direzione del moto

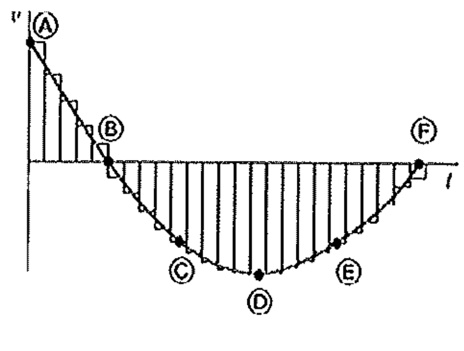
posizione	t(s)	x (m)	Vmed(m/s)
A	0	30	
B	10	52	2.2
C	20	38	-1.4
D	30	0	-3.8
E	40	-37	-3.7
F	50	-50	-1.3

Interpretazione geometrica della velocità

Sul grafico posizione tempo si può tracciare una linea retta tra due qualunque punti. Si individua un triangolo rettangolo. La velocità non è altro che la pendenza dell'ipotenusa.
La velocità media nell'intervallo di tempo da t_i a t_f è uguale alla pendenza del tratto di retta che congiunge i punto iniziale e quello finale.



Interpretazione geometrica dello spostamento



$$\Delta x = \lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n \Delta x_n = \lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n v_n \Delta t_n$$

Lo spostamento della particella durante l'intervallo di tempo tra t_i e t_f è uguale all'area sotto la curva (tra t_i e t_f) nel grafico v-t

Velocità media e velocità istantanea

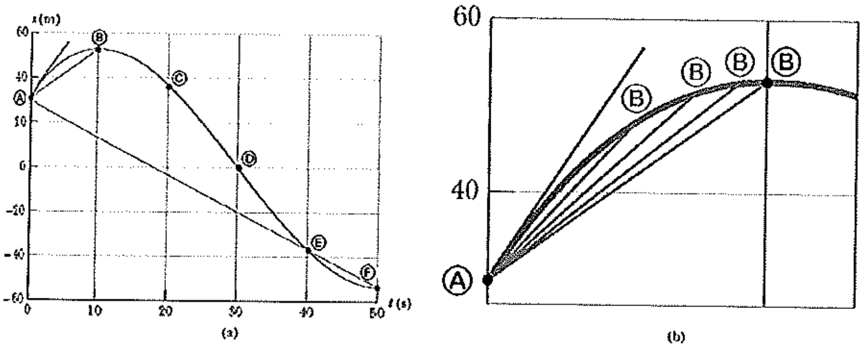


FIGURA 2.2 (a) Grafico posizione-tempo per il moto della macchina di Figura 2.1. (b) Un ingrandimento dell'angolo superiore sinistro del grafico di (a) mostra come la linea blu fra le posizioni Ⓐ e Ⓑ si avvicinano alla linea verde tangente quando il punto Ⓑ si muove avvicinandosi al punto Ⓐ.

La velocità istantanea può essere >0, <0, =0

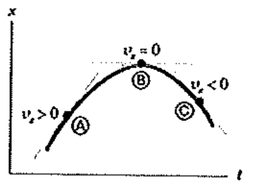


FIGURA 2.3 Nel grafico posizione-tempo mostrato, la velocità è positiva in Ⓐ, dove la pendenza della linea tangente è positiva; la velocità è zero in Ⓑ, dove la pendenza della tangente è zero; e la velocità è negativa in Ⓒ, dove la pendenza della tangente è negativa.

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 2

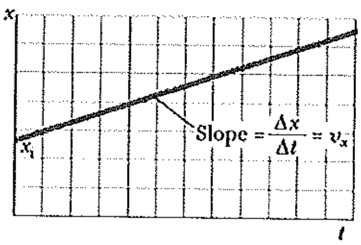


FIGURA 2.6 Grafico posizione-tempo per una particella con velocità costante. Il valore della velocità costante è uguale alla pendenza della linea retta.

Ponendo $t_i=0$ e $t_f=t$ (generico), otteniamo:

$\boxed{x_f=x_i+v_x t}$ (per v_x=cost)

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

Modello-analitico: un modello per cui abbiamo delle relazioni matematiche che possono essere applicate a diversi problemi: una macchina che si muove su un'autostrada oppure un razzo nello spazio etc etc

Accelerazione

Quando la velocità di una particella varia nel tempo si dice che è accelerata (sia se v aumenta o diminuisce).

Particella in moto lungo l'asse x con velocità v_{xi} all'istante t_i e v_{xf} all'istante t_f.

$$a_{x\,med} \equiv \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

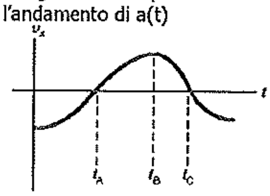
Unità di misura $\frac{m}{s^2}$

Accelerazione istantanea:

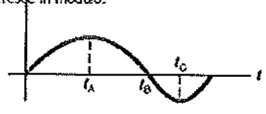
$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Dal grafico v-t si può dedurre l'andamento di a(t)



a>o nei punti in cui v cresce in modulo nella direzione delle x positive (tra ta e tb) oppure nei punti in cui v è nel verso delle x negative e diminuisce in modulo (tra 0 e ta).
a<0 quando v è nel verso delle x positive ma decresce in modulo.



(b)

FIGURA 2.7 L'accelerazione istantanea può essere ottenuta dal grafico (a) velocità-tempo. A ciascun istante, l'accelerazione nel grafico (b) di a_x in funzione di t è uguale alla pendenza della tangente alla curva vx in funzione di t.

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

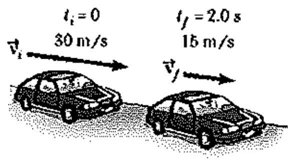
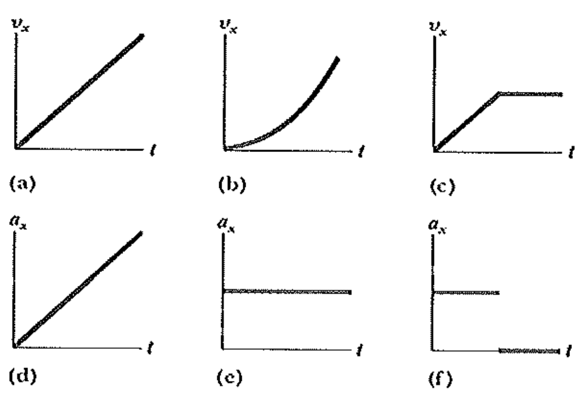


FIGURA 2.9 La velocità dell'auto diminuisce da 30 m/s a 15 m/s in un intervallo di tempo di 2.0 s.

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

Quando la velocità e l'accelerazione dell'oggetto sono nello stesso verso, l'oggetto aumenta il modulo della velocità in quel verso.
Quando la velocità e l'accelerazione dell'oggetto sono in versi opposti, il modulo della velocità diminuisce.

FIGURA 2.8 (Quiz rapido 2.3). Le parti (a), (b), e (c) sono i grafici velocità-tempo di oggetti in moto unodimensionale. I possibili grafici accelerazione-tempo di ciascun oggetto sono mostrati in ordine sparso nelle parti (d), (e), e (f).

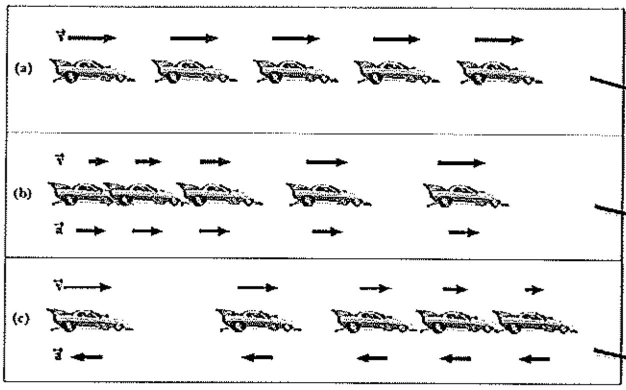


Quiz 2.8

Diagrammi del moto

Fotografia stroboscopica: foto scattate in concomitanza con l'accensione di un flash a intervalli regolari.

FIGURA 2.11 (a) Diagramma del moto per una macchina che si muove con velocità costante. (b) Diagramma del moto per una macchina la cui accelerazione costante è nel verso della sua velocità. Il vettore velocità in ciascun istante è indicato da una freccia rossa e il vettore accelerazione costante da una freccia viola. (c) Diagramma del moto per una macchina la cui accelerazione costante è nel verso *opposto* alla velocità in ogni istante.



Velocità positiva costante (a=0)

Velocità positiva accelerazione positiva (costante).

Velocità positiva accelerazione negativa (costante).

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

- Particella con accelerazione costante (moto rettilineo uniformemente accelerato)

$$a_{x\,med} = a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$$

Ponendo $t_i=0$ e $t_f=t$

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$$

1° equazione del moto rettilineo unif accelerato

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}\left(v_{xf} + v_{xi}\right)t$$

2° equazione del moto rettilineo unif accelerato

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

3° equazione del moto rettilineo unif accelerato

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x\left(x_f - x_i\right)$$

4° equazione del moto rettilineo unif accelerato

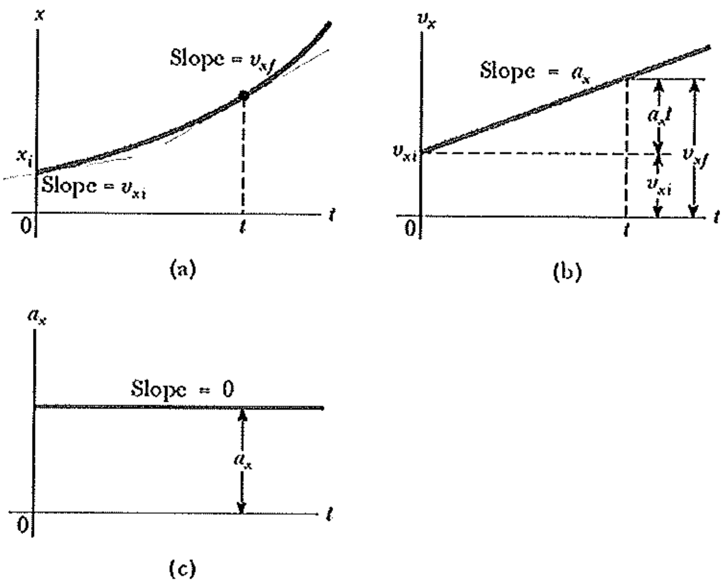


FIGURA 2.12 Grafici di una particella si muove lungo l'asse x con accelerazione costante a_x; (a) grafico posizione-tempo, (b) grafico velocità-tempo, (c) grafico accelerazione-tempo.

Dimostrazione della 2° equazione

Lo spostamento della particella durante l'intervallo di tempo tra t_i e t_f è uguale all'area sotto la curva (tra t_i e t_f) nel grafico v-t

Dalla Fig (b): $\Delta x = v_{xi}\,\Delta t + \frac{1}{2}(v_{xf} - v_{xi})\,\Delta t$

Allora: $\Delta x = \frac{1}{2}(v_{xf} + v_{xi})\,\Delta t$ (semplice media aritmetica tra velocità iniziale e finale. Ponendo t_i=0 $\quad x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xf} + v_{xi})\,t$

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 2

- Dimostrazione della 3° equazione

$$v_x = \frac{dx}{dt} = v_{xi} + a_x t \qquad \int_{x_i}^{x_f} dx = \int_{t_i}^{t_f} (v_{xi} + a_x t)\,dt =$$

$$dx = (v_{xi} + a_x t)\,dt$$

$$x_f - x_i = \left(v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2\right)\Big|_{t_i}^{t_f}$$

$$x_f - x_i = v_{xi}(t_f - t_i) + \frac{1}{2} a_x (t_f^2 - t_i^2)$$

Ponendo t_i=0 e t_f=t

$$x_f = x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

- Dimostrazione della 4°.

Dalla equazione: $v_{xf} = v_{xi} + a_x t$ Si estrae t: $t = \dfrac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}$

L'espressione di t viene sostituita nella 3°:

$$x_f = x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$x_f = x_i + v_{xi}\left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}\right) + \frac{1}{2} a_x \left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}\right)^2$$

$$x_f = x_i + \frac{v_{xi} v_{xf}}{a_x} - \frac{v_{xi}^2}{a_x} + \frac{a_x}{2a_x^2}\left(v_{xf}^2 + v_{xi}^2 - 2 v_{xf} v_{xi}\right)$$

$$x_f = x_i + \cancel{\frac{v_{xi} v_{xf}}{a_x}} - \frac{v_{xi}^2}{a_x} + \frac{v_{xf}^2}{2a_x} + \frac{v_{xi}^2}{2a_x} - \cancel{\frac{v_{xf} v_{xi}}{a_x}}$$

$$x_f = x_i + \left(\frac{v_{xf}^2 - v_{xi}^2}{2a_x}\right) \qquad v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x (x_f - x_i)$$

TABELLA 2.2

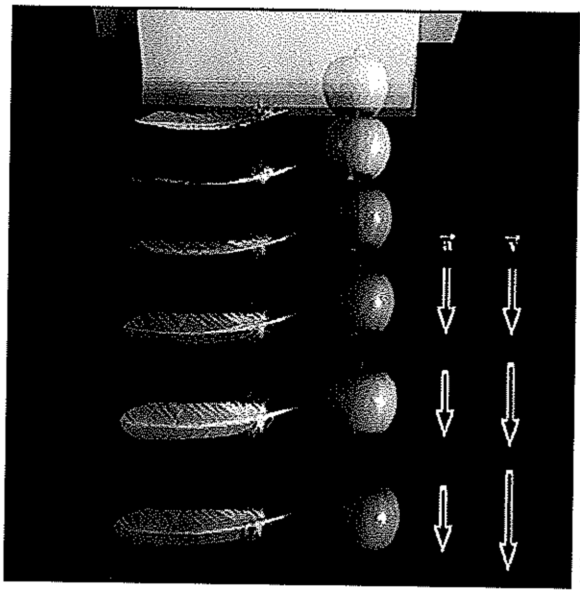
Equazioni cinematiche del moto di un punto materiale con accelerazione costante

Numero della equazione	Equazione	Informazione fornita dall'equazione
2.13	$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$	Velocità in funzione del tempo
2.15	$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$	Posizione in funzione della velocità e del tempo
2.16	$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	Posizione in funzione del tempo
2.17	$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$	Velocità in funzione della posizione

Nota: Il moto si svolge lungo l'asse *x*.

Ovviamente se a_x=0 riottengo le formule del moto rettilineo uniforme.

Corpi in caduta libera: ogni oggetto che si muove nell'atmosfera terrestre soggetto alla sola accelerazione di gravità $g=9.8\ m/s^2$ diretta verso il centro della terra. Anche un oggetto lanciato verticalmente verso l'alto è in caduta libera.



©1993 James Sugar/Black Star

Problema 27 pag.64

Speedy Sue guidando a 30.0 m/s, entra in una galleria che ha una sola corsia. Si accorge di un lento furgone cha a 155 m davanti a lei viaggia a 5.00 m/s. Sue schiaccia i freni ma può accelerare solo a -2.00 m/s2 poiché la strada è bagnata. Avverrà il tamponamento? Se si in quale punto della galleria e a quale istante temporale?

Per curiosità? Sue sta andando veramente forte? Convertiamo in km/h.

Fattore di conversione tra m/s e km/h:

$1\ m/s = 1*10^{-3}\ km/s = (1*10^{-3})/(1/3600)\ km/h = 3.6\ km/h$ FATTORE CONVERSIONE

Allora Sue sta andando a 108 km/h (forse un po' troppo in una galleria a corsia unica.

Fattore conversione tra km/h e m/s sarà ovviamente 0.28.

X=0 X=155

X=0 posizioni iniziale di Sue, cioè a t=0
X=155 posizione iniziale furgone.

Posizione di Sue al tempo t: $X_s=0+30*t-(1/2)*2*t^2$

Posizione del furgone al tempo t: $X_F=155+5*t$

$X_F=X_s$

$155+5*t=0+30*t-(1/2)*2*t^2$

$t^2-25*t+155=0$

Due soluzioni: t=11.4 s e t=13.6 s

X=155+5*(11.4 s)= 212 m