

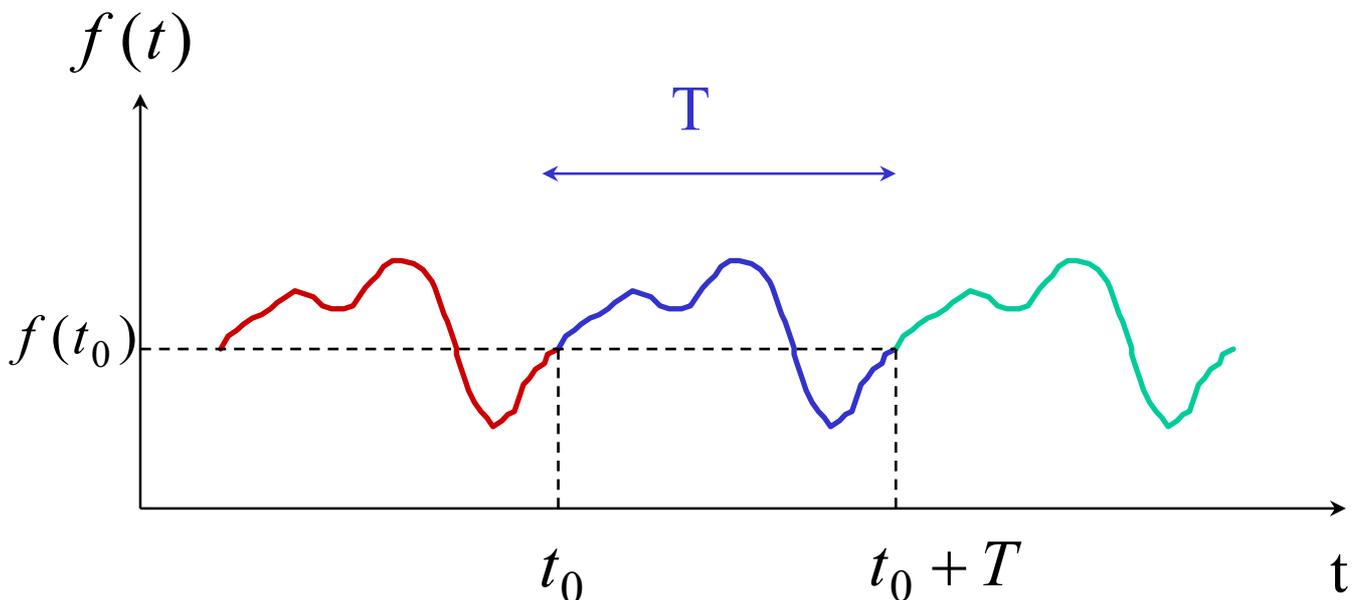
## Moti periodici :

moti la cui legge oraria è una **funzione periodica**  $f(t)$  del tempo:

⇒ esiste una costante  $T$   
tale che :

$$f(t + T) = f(t) \quad \forall t$$

“periodo”



### Teorema di Fourier:

una qualsiasi funzione periodica è esprimibile come somma di una serie di termini sinusoidali:

$$f(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} [a_m \sin(m\omega t) + b_m \cos(m\omega t)]$$

“sviluppo in serie di Fourier” di  $f(t)$

dove:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  “frequenza fondamentale”  $a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$  “valor medio”

“coefficienti di Fourier”:  $a_m = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(m\omega t) dt$   $b_m = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(m\omega t) dt$

# “Moto armonico semplice”:

moto con legge oraria:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

“ampiezza”

del moto

“pulsazione”

“fase”

**Periodo T:**

$$x(t+T) = A \sin[\omega(t+T) + \varphi] \equiv x(t) = A \sin[\omega t + \varphi] \quad \forall t$$

$$\Rightarrow \omega T = 2\pi$$

$$\Rightarrow$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

“Frequenza”:

$$\nu \equiv \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

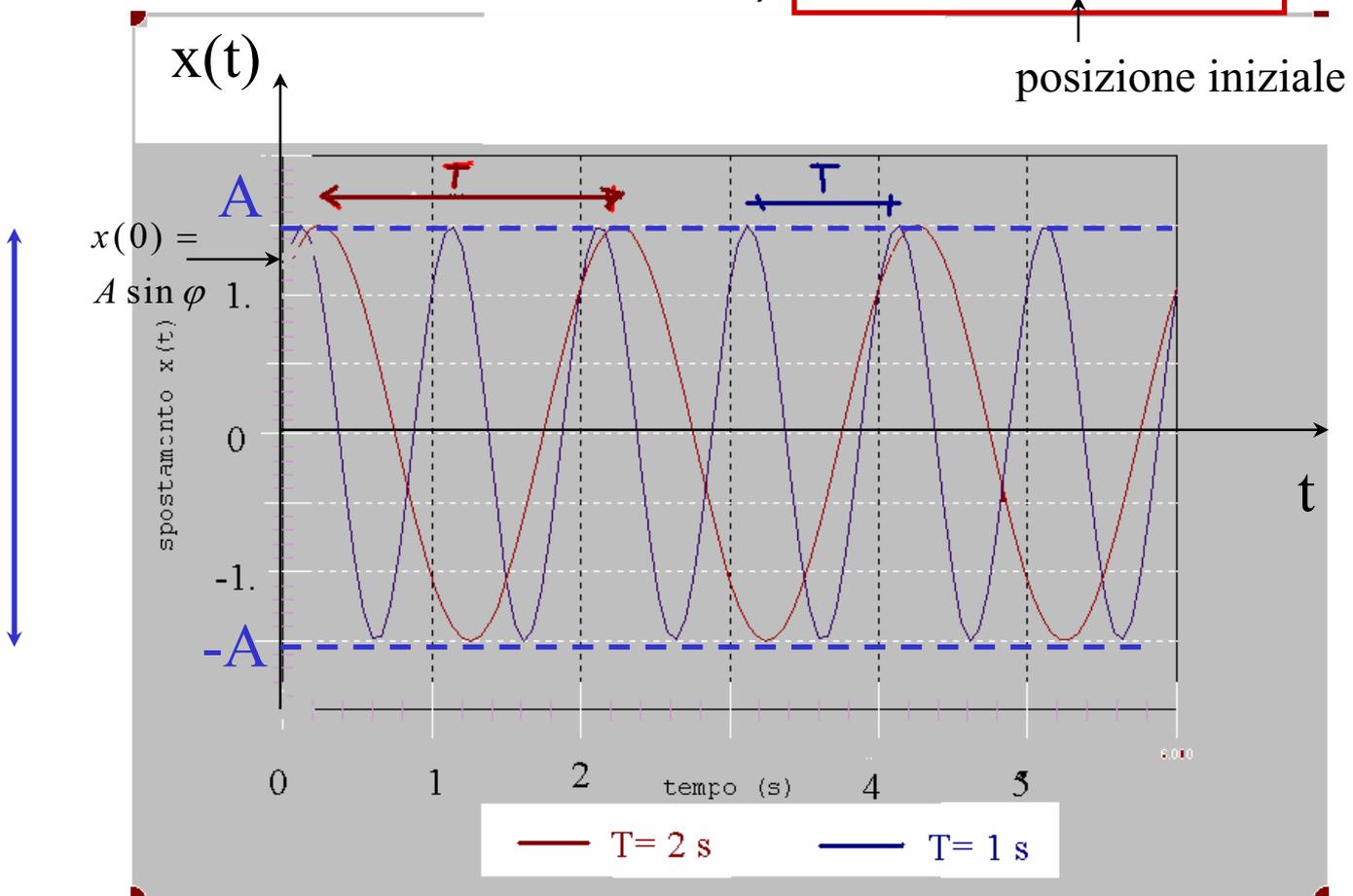
**Fase:**

$$x(t=0) = A \sin \varphi$$

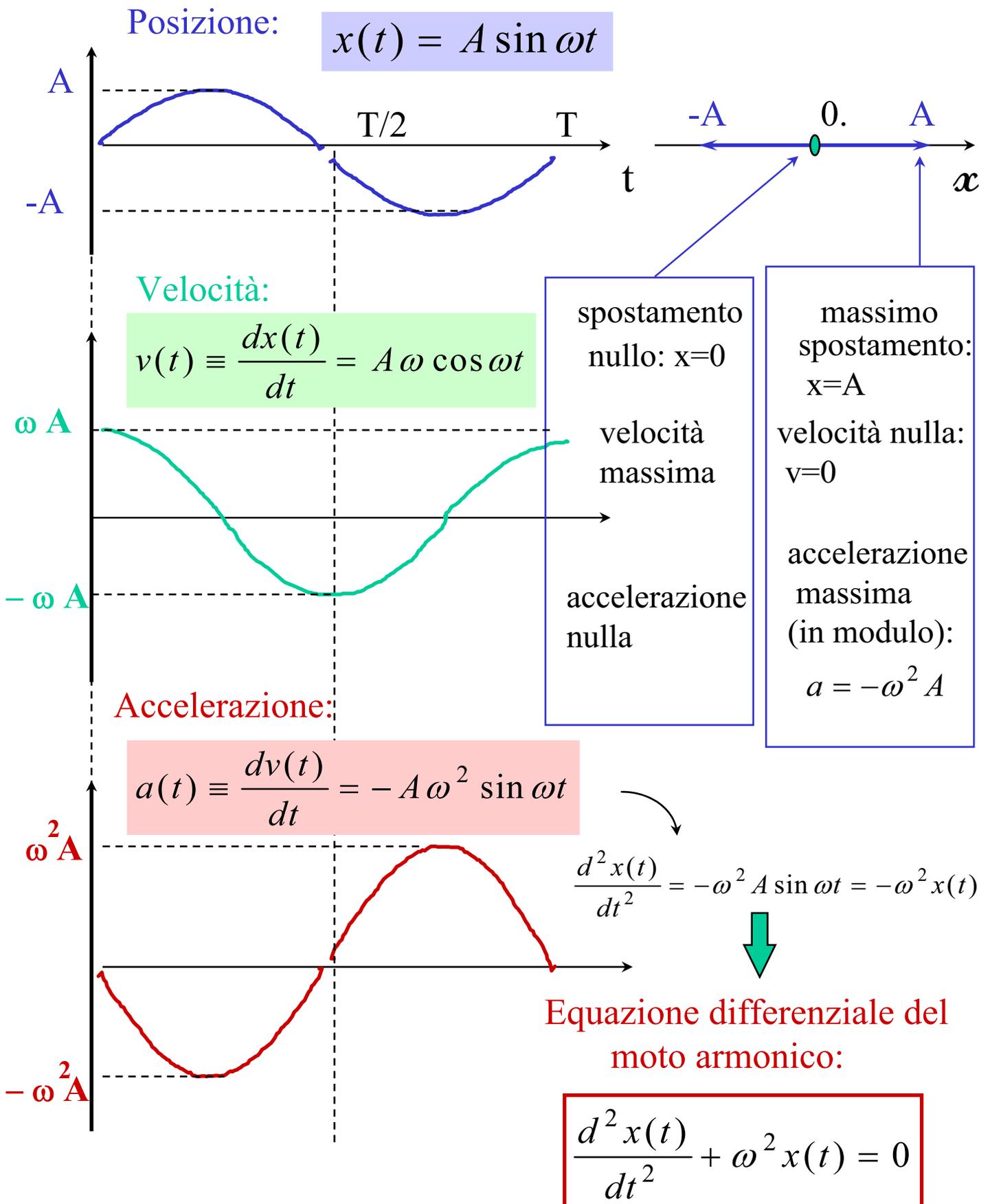
$$\Rightarrow$$

$$\varphi = \arcsin(x(0) / A)$$

posizione iniziale



# Velocità e accelerazione in un moto armonico



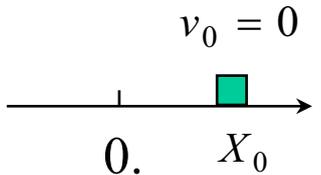
## Condizioni iniziali e costanti di integrazione :

Nella legge oraria:  $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$

le **costanti di integrazione**  $A$  e  $\varphi$  sono determinate dalle “**condizioni iniziali**” (posizione e velocità iniziali del moto).

Esempi:

i) posizione iniziale :  $x(t = 0) \equiv X_0 \neq 0$   
velocità iniziale nulla:  $v(t = 0) = 0.$

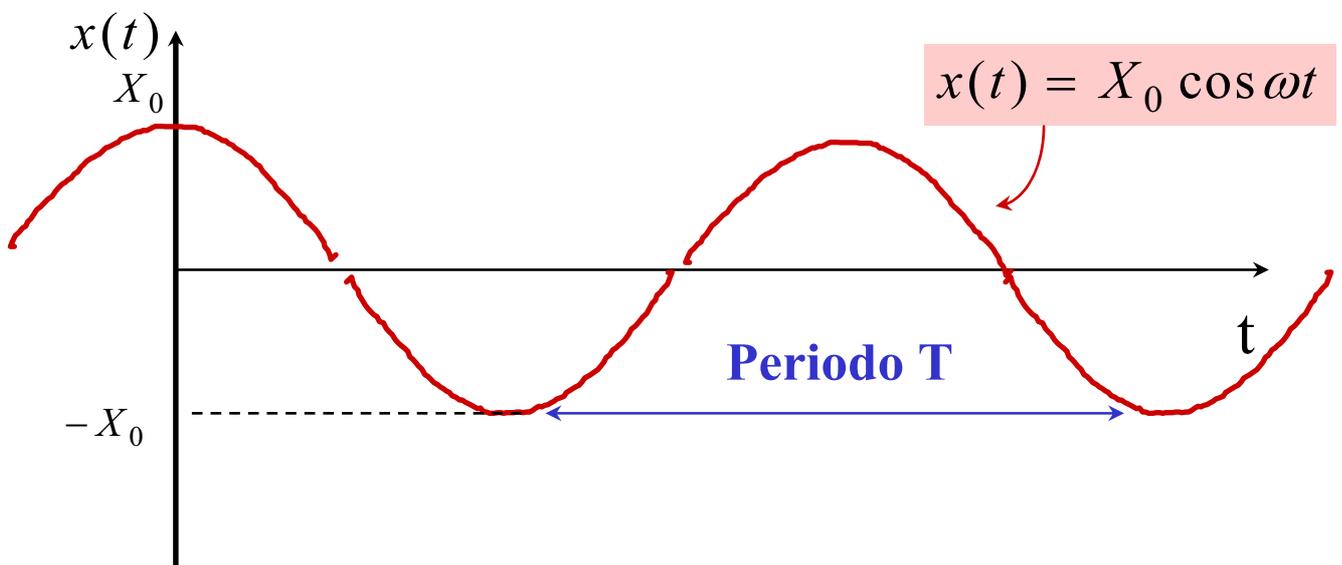


$$\Rightarrow \begin{cases} x(t = 0) = A \sin \varphi = X_0 \\ v(t = 0) = A \omega \cos \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = X_0 \\ \cos \varphi = 0. \rightarrow \varphi = \pi / 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  la **soluzione particolare** che corrisponde alle condizioni iniziali specificate è:

$$x(t) = X_0 \sin(\omega t + \pi / 2) = X_0 \cos \omega t$$

$\Rightarrow$  l'ampiezza dell'oscillazione (“elongazione”) coincide con lo spostamento iniziale dall'origine

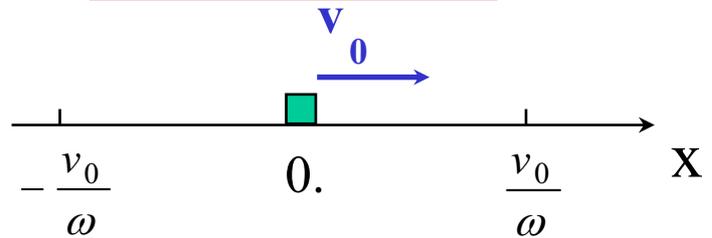


## Condizioni iniziali: esempi

ii) posizione iniziale nulla:

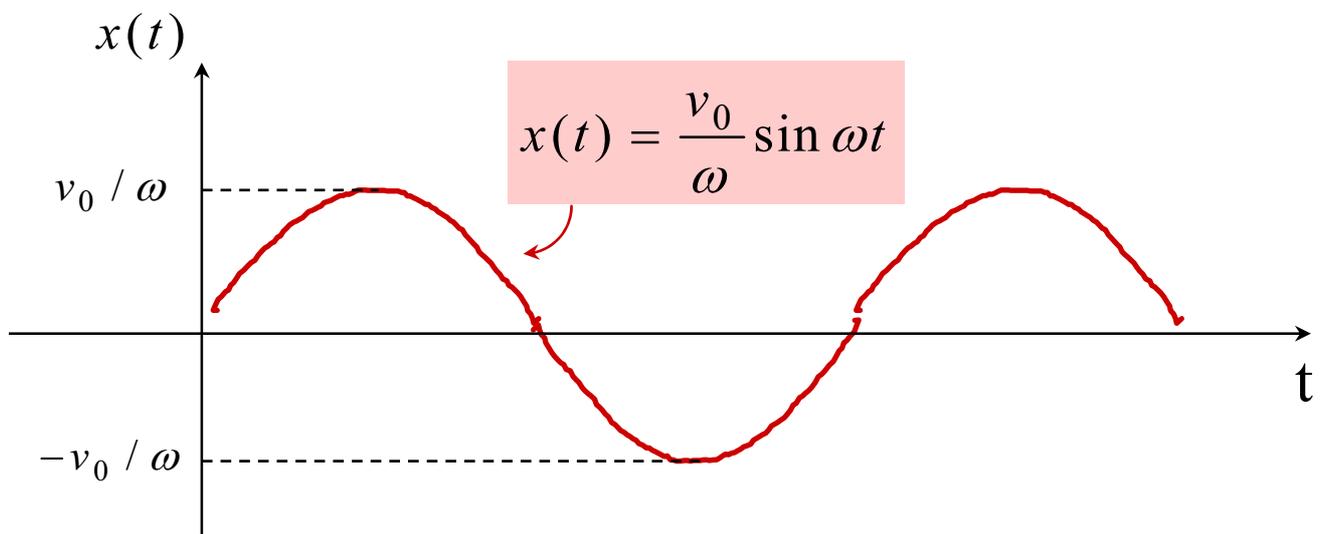
velocità iniziale :

$$\begin{aligned} x(t=0) &= 0. \\ v(t=0) &\equiv v_0 > 0. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow x(t=0) &= A \sin \varphi = 0. \\ v(t=0) &= \omega A \cos \varphi \equiv v_0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \sin \varphi &= 0. \rightarrow \cos \varphi = 1 \\ \omega A &= v_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \varphi &= 0. \\ A &= v_0 / \omega \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t}$$



$\Rightarrow$  l'oscillazione avviene con ampiezza  $A = v_0 / \omega$