

EX1

Enunciare il teorema di Lagrange ed illustrarlo graficamente

Verificare le disuguaglianze

$$e^{3x} - 1 \leq 3x e^{3x} \quad \forall x \geq 0$$

giustificando i passaggi.

Per quali $x \geq 0$ vale il segno di uguaglianza?

Ris.

• Teorema di Lagrange

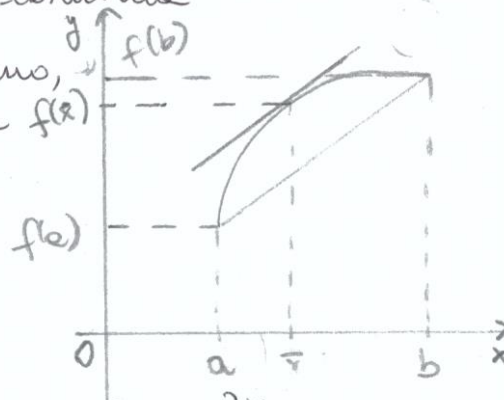
f continua in $[a, b]$, f derivabile in $(a, b) \Rightarrow \exists \bar{x} \in (a, b)$ t.c.

$$f(b) - f(a) = f'(\bar{x})(b - a)$$

• Interpretazione geometrica: se un arco di curva continua

è dotato di retta tangente in ogni suo punto interno, esiste almeno un punto interno all'arco nel quale la tangente è parallela alla

corda (secante) che congiunge i punti estremi dell'arco.



• Basta applicare il teorema di Lagrange all'esponenziale e^{3x}

nell'intervallo $[0, x]$ con $x > 0$.

$f(x) = e^{3x}$ f è continua in $[0, x]$, derivabile in $(0, x)$

$$\Rightarrow \exists \bar{x} \in (0, x) \mid e^{3x} - e^0 = 3e^{3\bar{x}}(x - 0)$$

Teorema
Lagrange

$$e^{3x} - 1 = 3e^{3\bar{x}} x \leq 3e^{3x} x$$

$f(x) = e^{3x}$ è crescente $\forall x > 0$

Il segno di uguaglianza vale solo per $x = 0$.