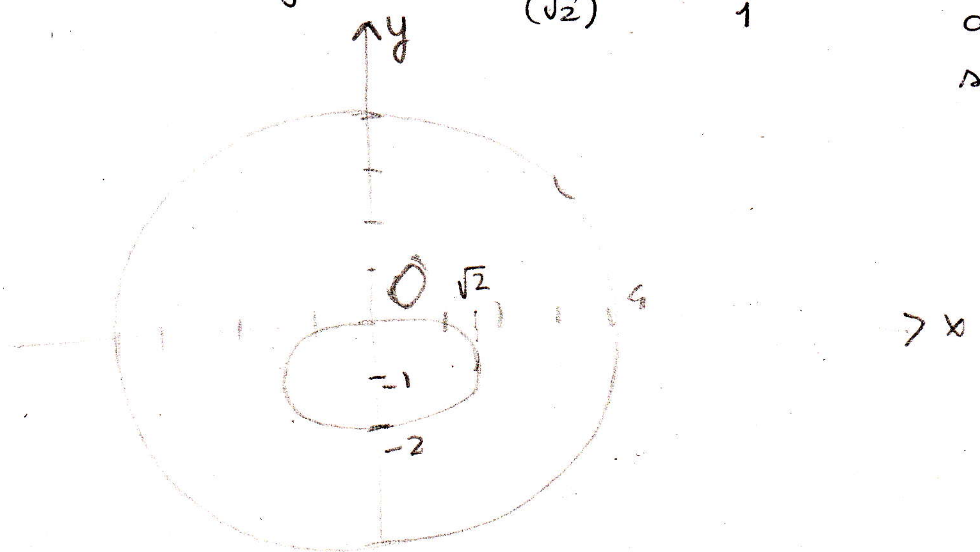
② Data la funzione $f(x,y)=x^2+2(y+1)^2$ e la curva vincolo di equazione $g(x,y)=x^2+y^2-16=0$

a) rappresentare sul piano cartesiano la curva vincolo e la curva di livello della funzione f di equazione $f(x,y)=2$.

<u>Ris</u>

$g(x,y)=x^2+y^2-16=0$ equazione della circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio $4=r$

$f(x,y)=2 \quad x^2+2(y+1)^2=2 \quad \dfrac{x^2}{(\sqrt{2})^2}+\dfrac{(y-(-1))^2}{1}=1$ equazione ellisse di centro $(0,-1)$ e semiassi $a=\sqrt{2}$ $b=1$



b) Scrivere la lagrangiana e determinare gli eventuali punti critici attraverso le condizioni di Lagrange

$L(x,y,\lambda)=f(x,y)-\lambda g(x,y)=x^2+2(y+1)^2-\lambda(x^2+y^2-16)$

$$\begin{array}{l} L_x \\ L_y \\ -g \end{array}\begin{cases} 2x-2\lambda x=0 \\ 4(y+1)-2\lambda y=0 \\ -(x^2+y^2-16)=0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x(1-\lambda)=0 \begin{array}{l} x=0 \\ \lambda=1 \end{array} \\ 2y+2-\lambda y=0 \\ x^2+y^2-16=0 \end{cases} \quad \text{sse} \begin{cases} x=0 \\ \lambda=\dfrac{2(y+1)}{y} \begin{array}{l} \xrightarrow{y=-4} 3/2 \\ \xrightarrow{y=+4} 5/2 \end{array} \\ y=\pm 4 \end{cases} \cup \begin{cases} \lambda=1 \\ y=-2 \\ x=\pm 2\sqrt{3} \end{cases}$$

punti critici: $(0,-4,\frac{3}{2})$, $(0,4,\frac{5}{2})$, $(2\sqrt{3},-2,1)$, $(-2\sqrt{3},-2,1)$

$L_{xx}=2-2\lambda \quad L_{xy}=0 \quad L_{yy}=4-2\lambda \quad g_x=2x \quad g_y=2y$

$$\tilde{H}(x,y,\lambda)=\begin{bmatrix} 0 & 2x & 2y \\ 2x & 2-2\lambda & 0 \\ 2y & 0 & 4-2\lambda \end{bmatrix}\begin{array}{cc} 0 & 2x \\ 2x & 2-2\lambda \\ 2y & 0 \end{array}$$

$\det \tilde{H}(x,y,\lambda)=0+0+0-\left(4y^2(2-2\lambda)+0+4x^2(4-2\lambda)\right)=-4y^2(2-2\lambda)-4x^2(4-2\lambda)$

EX 2 foglio B parte 1