

EX

a) Calcolare, se $\exists$, $\int \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} dx$

b) definire primitive ed integrali indefiniti

c) Teoremi di esistenza dell'integrale indefinito

e

Res

Def Sia $f: A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $F: A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ si dice primitiva di f in A se $\exists F'(x) \forall x \in A$ (F derivabile) i.e. $F'(x) = f(x) \quad \forall x \in A$

Def L'integrale indefinito di f in A è l'insieme di tutte le primitive di f in A e lo si indica $\int f(x) dx$

$\exists \int \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} dx$ perché $f(x) = \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$ è continua in $\mathbb{R}$

$$\int \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2e^{2x}}{1+e^{2x}} dx = \frac{1}{2} \ln |1+e^{2x}| + c = \frac{1}{2} \ln(1+e^{2x}) + c \quad c \in \mathbb{R}$$

$1+e^{2x} > 0$

$$* \int \frac{2e^{2x}}{1+e^{2x}} dx = \int \frac{1}{1+e^{2x}} 2e^{2x} dx = \ln |1+e^{2x}| + c \quad c \in \mathbb{R}$$

infatti si usa il metodo di sostituzione: $\int f'(g(x))g'(x) dx = f(g(x)) + c$

con $f'(x) = \frac{1}{x}$ $g(x) = 1+e^{2x}$

$f(x) = \ln|x|$ $g'(x) = 2e^{2x}$

Teoremi

Se f è continua in I intervallo $\Rightarrow f$ ha primitive in I .