Verona, 25 ottobre 2010

Esercizi di analisi 2

Rappresentare graficamente le curve di livello della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x^2 - y^2$.

Calcolare il dominio D e $\frac{\partial^6 f(x,y,z)}{\partial x^2 \partial y^2 \partial z^2}$ per la funzione $f(x, y, z) = x^a y^b z^c$, con $f : \mathbb{R}^3 \supseteq D \to \mathbb{R}$ con a, b, c parametri reali.

Dire quali delle seguenti funzioni soddisfano l'equazione di Laplace $f_{xx} + f_{yy} = 0$:

- $f(x, y) = x^2 + y^2$
- $f(x, y) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$
- $f(x, y) = e^{-x} \cos y - e^{-y} \cos x$

Calcolare il gradiente ∇f per le seguenti funzioni:

- $f(x, y) = (x + y) \log (2x - y)$
- $f(x, y, z) = (x + y)^z$

Calcolare la matrice Jacobiana per le funzioni:

- $\mathbf{f}(x, y) = (e^{2x+y}, \cos(x + 2y))$
- $\mathbf{f}(x, y, z) = (x + 2y^2 + 3z^3, x + \sin(3y) + e^z)$

Calcolare la matrice Jacobiana $\mathbf{J}(f \circ g)$ tramite la regola della catena date le seguenti funzioni:

- $f(x, y) = 3x + 2y$ e $\mathbf{g}(u, v) = (u + v, uv)$
- $f(x, y) = \sqrt{x + y}$ e $\mathbf{g}(u, v) = (uv, \frac{u}{v})$