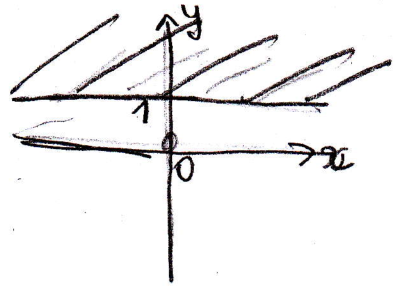
(1) Studiare, se $\exists$, $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ e se f è continua in $(0,0)$, ove

a) $f(x,y) = \sqrt{x^2y^3 - x^2y^2} = \sqrt{x^2y^2(y-1)}$



b) $f(x,y) = \dfrac{1-\cos xy}{x^2+y^2}$

Def. Sia $F: A \subset \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^p$ $\quad x_0 \in A$

se x_0 è un punto isolato di $A \Rightarrow F$ è continua in x_0

se x_0 è di accumulazione per $A \Rightarrow F$ è continua in x_0 se $\exists \lim_{x\to x_0} F(x) = F(x_0)$.

a) Sia $f(x,y) = \sqrt{x^2y^2(y-1)}$

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 1\} \cup \{x=0\} \cup \{y=0\}$

f è continua in $A \Rightarrow \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = f(0,0) = 0$

b) $f(x,y) = \dfrac{1-\cos xy}{x^2+y^2}$

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x,y) \neq (0,0)\} = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$

$(0,0) \notin A \rightarrow f$ non è continua in $(0,0)$

$(0,0)$ è di accumulazione per A

Calcolo f sugli assi

$f|_{x=0}(x,y) \equiv 0 \equiv f|_{y=0}(x,y)$

$\Rightarrow$ il limite, se $\exists$, vale 0

Fuori dagli assi $\quad \dfrac{1-\cos xy}{x^2+y^2} = \dfrac{1-\cos xy}{(xy)^2} \cdot \dfrac{(xy)^2}{x^2+y^2}$

per il teorema sui limiti per sostituzione $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{1-\cos xy}{(xy)^2} = \dfrac{1}{2}$

EX1 foglio D parte 1