

Esercizio 1 Sia P il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min (3x_1 - x_2) \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

i) rappresentare e risolvere il problema geometricamente

ii) scrivere il problema in forma standard

iii) determinare tutti i vertici della regione ammissibile, le corrispondenti soluzioni di base e le corrispondenti matrici di base

Vertici	Soluzioni di base	Matrici di base

iv) dopo aver introdotto il problema ausiliario

determinare una prima soluzione di base ammissibile di P

La prima soluzione di base ammissibile è

v) risolvere il problema P con l'algoritmo del semplice

Passo 1

Passo 2

Passo 3

Passo 4

La soluzione ottima è

ed il valore ottimo è

vi) scrivere il duale di P

e risolverlo applicando il teorema degli scarti complementari

La soluzione ottima del duale è

vii) sia P' il problema ottenuto da P sostituendo la funzione obiettivo con $c_1x_1 + c_2x_2$.

Determinare tutti i valori di c_1 e c_2 per cui P' ha come soluzione ottima la soluzione di base $x_B = (x_2, x_3, x_5), x_N = (x_1, x_4)$

e disegnare sul piano (c_1, c_2) il cono di stabilità della soluzione ottima $x_B = (x_2, x_3, x_5), x_N = (x_1, x_4)$.

Esercizio 2 Dopo aver determinato la soluzione ottima del problema rilassato associato al seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min (-x_1 - 4x_2) \\ x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ (x_1, x_2) \in \mathbb{Z}^2 \end{cases}$$

i) individuare un taglio di Gomory ad essa associato.

La tabella ottima è

Il vincolo esaminato è

Il taglio di Gomory è

ii) Successivamente effettuare un passo dell'algoritmo del semplice duale applicato al problema ottenuto dal problema dato con l'aggiunta del taglio individuato.

Esercizio 3 (solo per i 5 CFU)

Dato il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min (-x_1 - 4x_2) \\ x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ (x_1, x_2) \in \mathbb{Z}^2 \end{cases}$$

determinare l'eventuale soluzione ottima utilizzando il metodo Branch and Bound (la risoluzione dei singoli problemi rilassati può essere effettuata in maniera grafica aiutandosi con il disegno).

La soluzione ottima è

ed il valore ottimo è