Prolungare, se possibile, per continuità la funzione

$$f(x) = \cos(\operatorname{tg} x)$$

giustificando ogni passaggio.

Definire la continuità di una funzione in un punto

Ris

Sia $f : A \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in A$

Se x_0 è un punto isolato di $A \Rightarrow f$ è continua in x_0

Se x_0 è di accumulazione per $A \Rightarrow f$ è continua in x se $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

Sia $f(x) = \cos(\operatorname{tg} x)$

$$A = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right\} = \dots \cup \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right) \cup \dots$$

I punti $\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, sono di accumulazione per A

f continua su A perchè composta di funzioni continue.

f periodica di periodo π perchè $\cos(\operatorname{tg}(x + k\pi)) = \cos(\operatorname{tg}(x))$

$\Rightarrow$ per prolungare la funzione per continuità basta studiare il limite per $x \to \frac{\pi}{2}$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x = \infty$$

$$\Rightarrow \nexists \lim_{x \to 0} f(x)$$

$\Rightarrow$ non si può prolungare per continuità la funzione f su $\mathbb{R}$.