

# Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche  
Tiziano Villa

28 Settembre 2020

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	30	
totale	30	

1. (a) Si presenti l'algoritmo di minimizzazione di macchine a stati finiti non-deterministiche.
- (b) Si presenti l'algoritmo di determinizzazione di macchine a stati finiti non-deterministiche.
- (c) Si presenti un algoritmo per verificare se due macchine a stati finiti non-deterministiche sono equivalenti e se ne giustifichi la correttezza.

Traccia di risposta.

Si utilizzano i seguenti teoremi

- Una macchina a stati finiti non-deterministica si può trasformare in una macchina a stati finiti equivalente pseudo-nondeterministica con l'algoritmo di determinizzazione.
- Due macchine a stati finiti pseudo-nondeterministiche  $M_1$  e  $M_2$  sono equivalenti se e solo se c'è una bisimulazione tra  $M_1$  e  $M_2$ .
- L'algoritmo di minimizzazione produce la macchina con il minimo numero di stati bisimile a quella data.
- C'è una bisimulazione tra due macchine a stati finiti pseudo-nondeterministiche  $M_1$  e  $M_2$  se e solo se c'è un isomorfismo tra  $\min(\det(M_1))$  e  $\min(\det(M_2))$ .

Questo suggerisce l'algoritmo:

- i. Determinizzare  $M_1$  ottenendo  $\det(M_1)$ ;
- ii. Determinizzare  $M_2$  ottenendo  $\det(M_2)$ ;
- iii. Minimizzare  $\det(M_1)$  ottenendo  $\min(\det(M_1))$ ;
- iv. Minimizzare  $\det(M_2)$  ottenendo  $\min(\det(M_2))$ ;
- v. Verificare se  $\min(\det(M_1))$  e  $\min(\det(M_2))$  sono identiche a meno di ridenominazione degli stati (versione semplificata dell'isomorfismo tra grafi perché ci sono stati iniziali e etichette sugli archi che guidano la verifica dell'isomorfismo).

- (d) Si considerino le due macchine a stati finiti seguenti:

Macchina  $M'$ :

- stati:  $s'_a, s'_b, s'_c, s'_d, s'_e$  con  $s'_a$  stato iniziale;
- transizione da  $s'_a$  a  $s'_b$ :  $\bullet/0$ ,
- transizione da  $s'_a$  a  $s'_c$ :  $\bullet/0$ ,
- transizione da  $s'_b$  a  $s'_d$ :  $\bullet/0$ ,
- transizione da  $s'_c$  a  $s'_e$ :  $\bullet/1$ ,
- transizione da  $s'_d$  a  $s'_d$ :  $\bullet/0$ ,
- transizione da  $s'_e$  a  $s'_e$ :  $\bullet/0$ .

Macchina  $M''$ :

- stati:  $s''_x, s''_y, s''_z, s''_u$  con  $s''_x$  stato iniziale;
- transizione da  $s''_x$  a  $s''_y$ :  $\bullet/0$ ,  
transizione da  $s''_y$  a  $s''_z$ :  $\bullet/0$ ,  
transizione da  $s''_y$  a  $s''_u$ :  $\bullet/1$ ,  
transizione da  $s''_z$  a  $s''_z$ :  $\bullet/0$ ,  
transizione da  $s''_u$  a  $s''_u$ :  $\bullet/0$ .

Si risponda in ordine alle seguenti domande (si indichi sempre il numerale romano in ogni risposta):

- i. Si disegnino i diagrammi di transizione delle due macchine.
- ii. Si classifichino le macchine rispetto al determinismo.

Traccia di risposta.

$M'$  e' nondeterministica, ma non pseudo-nondeterministica.

$M''$  e' pseudo-nondeterministica.

- iii. Si derivino i comportamenti (successioni d'ingressi/successioni d'uscite) prodotti dalle due macchine e li si confrontino.

Traccia di risposta.

Per descrivere i comportamenti si possono usare le espressioni regolari.

$\text{Comportamenti}(M') = (\bullet 0)^* + (\bullet 0)(\bullet 1)(\bullet 0)^*$ .

$\text{Comportamenti}(M'') = (\bullet 0)((\bullet 0)^* + (\bullet 1)(\bullet 0)^*)$ .

Dall'algebra delle espressioni regolari si vede che

$\text{Comportamenti}(M') = \text{Comportamenti}(M'')$ .

- iv. Si minimizzi  $M'$ , ottenendo  $\min(M')$ .

Traccia di soluzione.

Le risposte a questa domanda e alle successive sono riassunte nel foglio allegato contenente i grafi delle transizioni delle MSF richieste.

- v. Si determinizzi  $\min(M')$ , ottenendo  $\det(\min(M'))$ .
- vi. Si minimizzi  $M''$ , ottenendo  $\min(M'')$ .
- vii. Si confrontino i comportamenti di  $\det(\min(M'))$  e  $\min(M'')$ .
- viii. Si trovi una bisimulazione tra  $\det(\min(M'))$  e  $\min(M'')$ , se esiste.  
Si commentino i risultati precedenti.

Traccia di soluzione.

Essendo isomorfi i grafi delle transizioni di  $\det(\min(M'))$  e  $\min(M'')$ , la bisimulazione e' quella naturale suggerita dalla corrispondenza degli

stati.

$M'$  e  $M''$  sono esempi di macchine a stati finiti nondeterministiche equivalenti, ma non isomorfe neppure dopo la minimizzazione degli stati. Invece si ritrova l'isomorfismo dopo la determinizzazione di  $M'$  (in questo caso di  $\det(M')$ ).

Altre considerazioni possono essere suggerite dalla risposta alla domanda (c).