EX2

Sia $y^{(3)}+2y^{(2)}+5y'=0$

a) classificare l'eq. differenziale

b) determinare l'integrale generale

c) trovare, se esistono, tutte le soluzioni t.c. $\lim_{x\to+\infty} y(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Ris.

$y^{(3)}+2y^{(2)}+5y'=0$ equazione differenziale lineare a coefficienti costanti, di III ordine e omogenea.

p.c. $\lambda^3+2\lambda^2+5\lambda=0$

$\lambda(\lambda^2+2\lambda+5)=0$

radici $\lambda=0$ semplice

$$\lambda=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\cdot5}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{-16}}{2}=\frac{-2\pm i4}{2}=-1\pm 2i$$ complesse coniugate

$\lambda=0 \longrightarrow e^{0x}=1$ $\qquad \lambda=-1\pm 2i \longrightarrow e^{-x}\cos 2x,\ e^{-x}\sin 2x$

integrale generale

$y(x)=c_1+c_2e^{-x}\cos 2x+c_3e^{-x}\sin 2x \qquad c_1,c_2,c_3\in\mathbb{R}$

$$\lim_{x\to+\infty} c_1+\underbrace{c_2e^{-x}\cos 2x}_{\downarrow\,0}+\underbrace{c_3e^{-x}\sin 2x}_{\downarrow\,0}=c_1=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

quindi le soluzioni tali che $\lim_{x\to+\infty} y(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ sono

$y(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}+c_2e^{-x}\cos 2x+c_3e^{-x}\sin 2x \qquad c_2,c_3\in\mathbb{R}.$

EX2 fila B G4