Corso di Laurea in Matematica Applicata – Anno accademico 2016-2017
Algebra Lineare ed Elementi di Geometria - MODULO 1
Prof. Lidia Angeleri
aggiornato in data 18 gennaio 2017

§1. Sistemi lineari e matrici

1.1 Esempi

1.2 Sistemi lineari in forma matriciale

1.3 Operazioni elementari

1.4 Metodo di eliminazione di Gauss (EG)

1.5 Risoluzione di un sistema lineare

1.6 Esempio

1.7 Rango di una matrice

1.8 Matrici elementari

(*vedi* [GS, Capitolo I])

§2. Matrici invertibili

2.1 Lemma e Definizione

2.2 Esempi

2.3 Proposizione (sistemi lineari equivalenti)

2.4 Proposizione

2.5 Proposizione

2.6 Teorema (esistenza dell'inversa destra)

2.7 Definizione di H-trasposta

2.8 Teorema (esistenza dell'inversa sinistra)

2.9 Corollario (matrici invertibili)

2.10 Calcolo della matrice inversa. Esempio

(*vedi* [GS, Capitolo I])

§3. Spazi vettoriali e basi

3.1 Spazio vettoriale

3.2 Esempi

3.3 Proposizione

3.4 Combinazioni lineari

3.5 Esempi

3.6 Insieme di generatori, base

3.7 Esempi

3.8 Spazi vettoriali finitamente generati

3.9 Esempi

§4. Dipendenza e indipendenza lineare

4.1 Definizione di indipendenza lineare

4.2 Osservazione: base = insieme di generatori linearmente indipendente

4.3 Esempi

4.4 Caratterizzazione di dipendenza lineare

4.5 Esempi

4.6 Proposizione

4.7 Caratterizzazioni di una base

5.8 Proposizione

(*vedi* [GS, Capitolo II])

§5. Dimensione di uno spazio vettoriale

5.1 Esistenza della base.

5.2 Teorema di Steinitz

5.3 Corollario

5.4 Dimensione.

5.5 Esempi

5.6 Teorema: completamento della base

5.7 Proprietá di uno spazio vettoriale di dimensione n

5.8 Esempi

(*vedi* [GS, Capitolo II])

§6. Sottospazi di uno spazio vettoriale

6.1 Definizione di sottospazio

6.2 Esempi

6.3 Un sottospazio di V coincide con V se e solo se ha la stessa dimensione.

6.4 L'intersezione di due sottospazi

6.5 Esempio (unione di sottospazi)

6.6 La somma di due sottospazi

6.7 Formula di Grassmann

6.8 Somma diretta di due sottospazi

6.9 Esempi e Osservazioni

(*vedi* [GS, Capitolo II])

§7. Applicazioni lineari

7.1 Definizione

7.2 Esempi

7.3 Alcune proprietà

7.4 Lemma

7.5 Teorema: Ogni spazio vettoriale su K di dimensione n è isomorfo a K^n.

7.6 Definizione: l'applicazione delle coordinate

7.7 Esempi

7.8 Corollario: due spazi vettoriali sono isomorfi se e solo se hanno la stessa dimensione.

7.9 nucleo e immagine

7.10 Esempi

7.11 Teorema (nullità + rango)

7.12 Corollario

7.13 Lemma

7.14 Teorema sul rango

7.15 Corollario: nullità + rango: $\dim N(A) = n - \mathrm{rk} A$

(*vedi* [GS, Capitolo II])

§8. Il determinante di una matrice quadrata

8.1 Definizione (per ricorrenza)

8.2 Regola di Sarrus

8.3 Seconda definizione (assiomatica)

8.4 Altre proprietà

8.5 Esempi

8.6 Proposizione su $\det A = 0$

8.7 Teorema di Binet

8.8 Corollario: le matrici invertibili, cioè le matrici con $\det A \neq 0$, formano un gruppo $\mathrm{Gl}_n(K)$.

8.9 Corollario: $\det A = \det A^T$

8.10 Teorema di Laplace

8.11 Calcolo della matrice inversa (secondo metodo)

8.12 Determinante a blocchi

8.13 Terza definizione di det

(*vedi* [A, Capitolo 9], [GS, Capitolo IV])

§9. Ancora sistemi lineari

9.1 Teorema di Cramer

9.2 Teorema di Rouché - Capelli

9.3 Teorema: le soluzioni di Ax=b sono i vettori di forma $p + u$ con $u \in N(A)$

9.4 Esempio

9.5 Procedimento per determinare una base di $N(A)$

9.6 Procedimento per la risoluzione di un sistema lineare

9.7 Procedimento per determinare una base di $C(A)$

§10. Applicazioni lineari e matrici

10.1 Lo spazio vettoriale $\mathrm{Hom}_K(V, W)$

10.2 L'applicazione $f_A : K^n \to K^m$, $x \mapsto Ax$ associata a una matrice $A \in M_{m\times n}(K)$

10.3 La matrice A associata a un'applicazione lineare $f_A : K^n \to K^m$ rispetto alla base canonica

10.4 Esempi

10.5 Lo spazio $\mathrm{Hom}_K(V, W)$ è isomorfo a $M_{m\times n}(K)$

Bibliografia

[A] M. Abate, Algebra lineare, McGraw-Hill 2000.

[AF] M. Abate, de Fabritiis, Geometria analitica con elementi di algebra lineare, McGraw-Hill 2010.

[CB] M.Candilera, A.Bertapelle: Algebra lineare e primi elementi di Geometria, McGraw Hill, ISBN: 9788838661891.

[GS] E. Gregorio, L. Salce: Algebra lineare. Libreria Progetto, 2005.