EX 3

a) Calcolare, se $\exists$, $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{3x}}\,dx$

b) definire la primitiva di una funzione e l'integrale indefinito

c) enunciare il teorema di esistenza dell'integrale indefinito.

<u>Ris</u>

Def. Sia $f: A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. $F: A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice primitiva di f in A se $\exists\ F'(x)\ \forall x \in A$ (F derivabile) t.c. $F'(x) = f(x)\ \forall x \in A$.

Def L'integrale indefinito di f in A è l'insieme di tutte le primitive di f in A. e lo si indica $\int f(x)\,dx$

$\exists \int \frac{e^{3x}}{1+e^{3x}}\,dx$ perché $f(x) = \frac{e^{3x}}{1+e^{3x}}$ è continua in $\mathbb{R}$

$$\int \frac{e^{3x}}{1+e^{3x}}\,dx = \frac{1}{3}\int \frac{3e^{3x}}{1+e^{3x}}\,dx \underset{*}{=} \frac{1}{3}\ln|1+e^{3x}| + c \underset{1+e^{3x}>0}{=}$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left(1+e^{3x}\right) + c \qquad c \in \mathbb{R}$$

$$* \quad \int \frac{3e^{3x}}{1+e^{3x}}\,dx = \int \frac{1}{1+e^{3x}}\cdot\left(3e^{3x}\right)dx = \ln|1+e^{3x}| + c \qquad c \in \mathbb{R}$$

infatti si usa il metodo di sostituzione $\int f'(g(x))\,g'(x)\,dx = f(g(x)) + c$

con $f'(x) = \frac{1}{x}$ $\quad g(x) = 1+e^{3x}$

$f(x) = \lg|x|$ $\quad g'(x) = 3e^{3x}$

Teorema

Se f è continua in I intervallo $\Rightarrow$ f ha primitive in I.

EX3 fila B G2