Codifica di Huffman e Lempel-Ziv-Welch

ALBERTO BELUSSI

ANNO ACCADEMICO 2012/2013

Tipi di compressione

- **Senza perdita (lossless)**: permettono di ricostruire perfettamente la rappresentazione del dato originale, conservano tutta l'informazione (esempio, Huffman e Lempel-Ziv-Welch)
- **Con perdita (lossy)**: permettono di ricostruire solo in parte la rappresentazione del dato originale, quindi parte dell'informazione va persa.
  - Le tecniche lossy si dividono in:
    - Tecniche basate sulla predizione
    - **Tecniche orientate alla frequenza** (*Discrete Cosine Transform - DCT*; usata ad esempio nella codifica JPEG)
    - Tecniche orientate all'importanza

Codifica di Huffman

Note le caratteristiche della sorgente:

- Ad esempio
  - Alfabeto={A,B,C,D}
  - P(A)=0,50 I(A)=-log2(0,50)=1 bit
  - P(B)=0,20 I(B)=-log2(0,20)=2,322 bit
  - P(C)=0,18 I(C)=-log2(0,18)=2,474 bit
  - P(D)=0,12 I(D)=-log2(0,12)=3,059 bit

$$H_{sorgente} = 0,5 \times 1 + 0,2 \times 2,322 + 0,18 \times 2,474 + 0,12 \times 3,059 = \mathbf{1,777\ bit/simb}$$

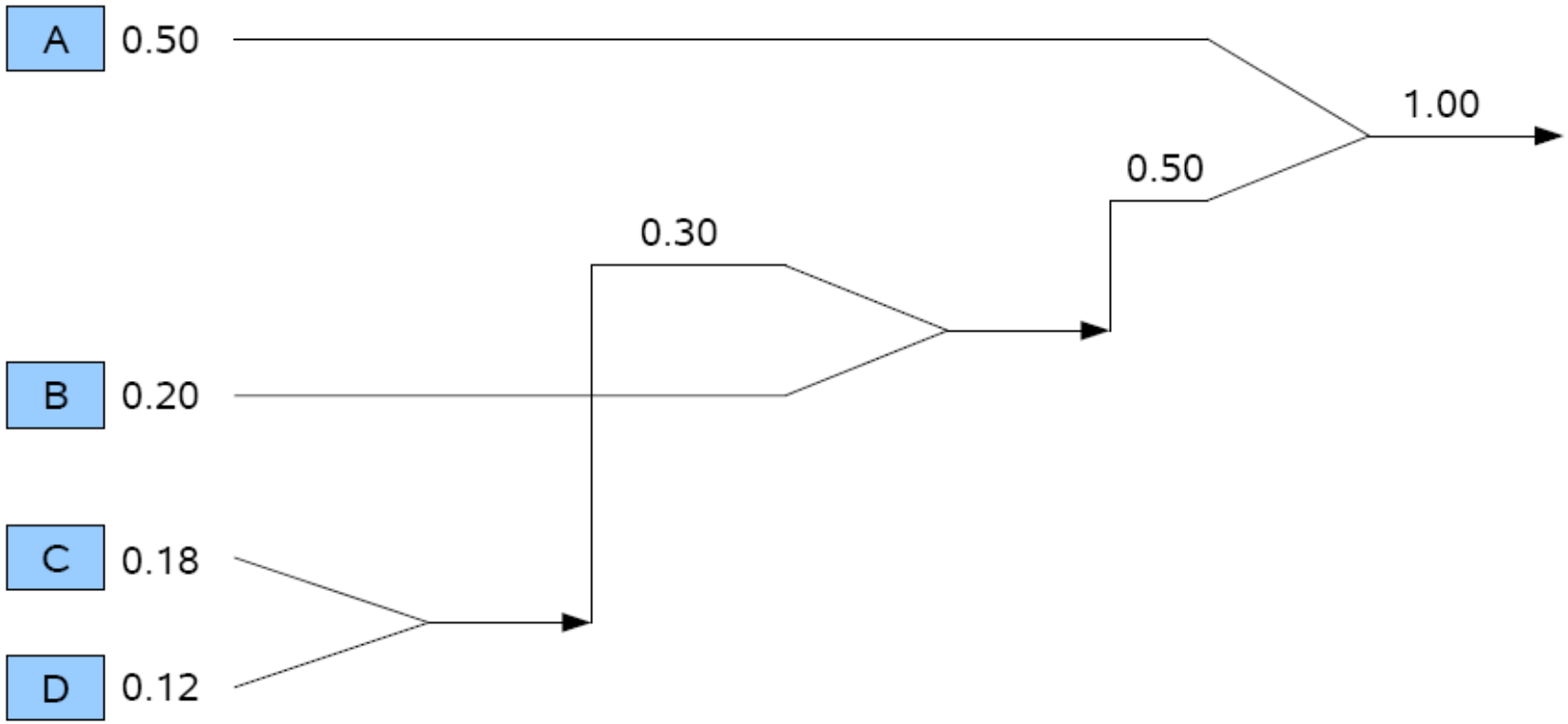
Codifica di Huffman

Si applica il seguente algoritmo:

1. Si ordinano i simboli in ordine **decrescente di** probabilità;
2. Si unificano i due simboli in fondo alla lista, si sommano le probabilità e si reintroduce tale probabilità nella lista mantenendo l'ordine;
3. Si ripete il passo precedente fino a quando la lista sarà formata da un solo elemento (di probabilità unitaria);

.... continua →

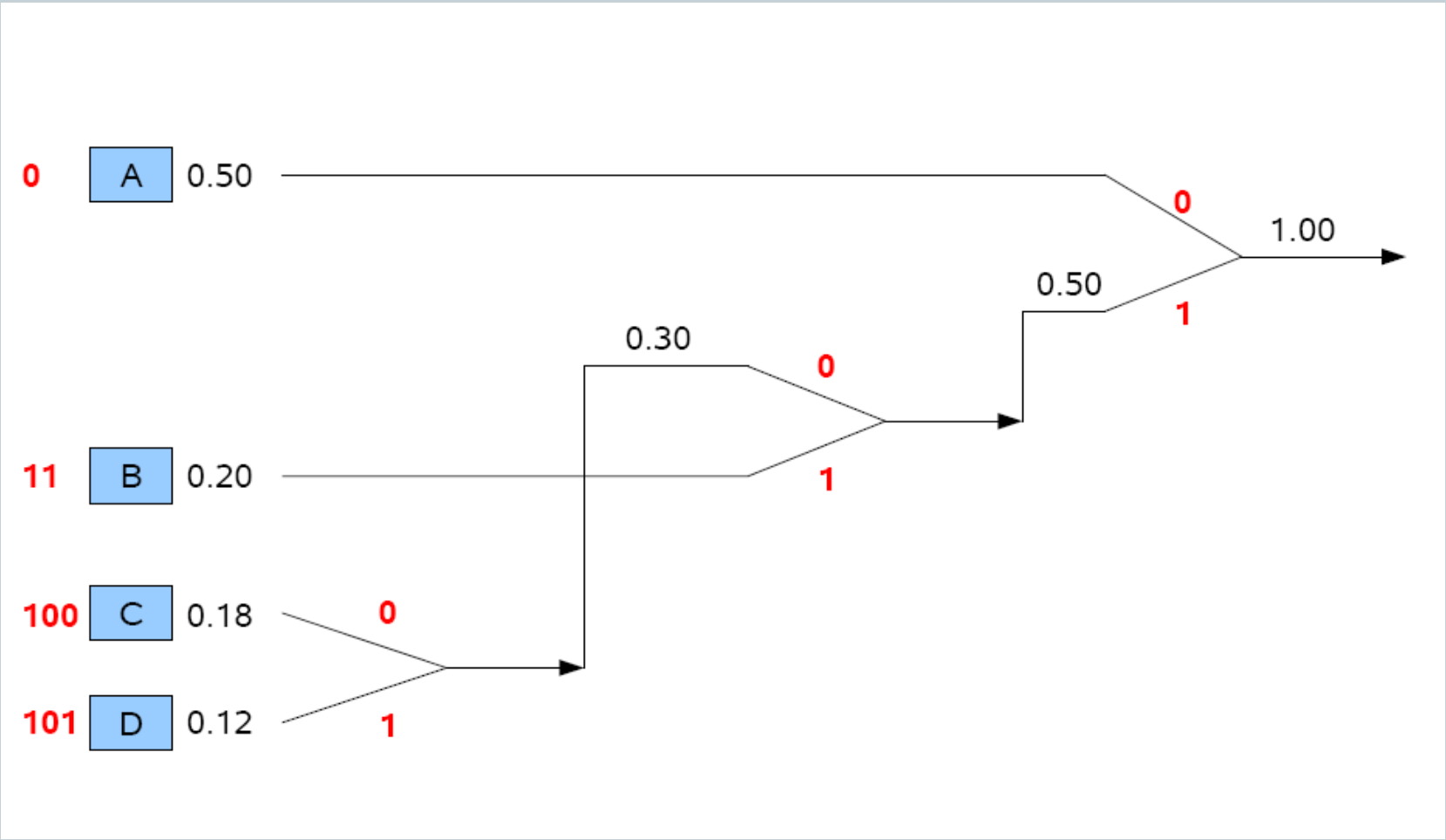
Codifica di Huffman



Codifica di Huffman

4. Si etichetta ogni biforcazione con uno 0 e un 1;
5. La codifica di ogni simbolo dell'alfabeto è data dal percorso dalla radice dell'albero fino alla foglia contenente il simbolo;
6. Per le proprietà degli alberi, ogni foglia ha un unico percorso (codifica) che non sarà mai il prefisso di un altro percorso (la codifica di un simbolo non può essere l'inizio della codifica di un altro simbolo).

Codifica di Huffman



Codifica di Huffman

La codifica è immediata:

- es. AABABCABDACB di 12 simboli, sarà codificato con: 0 0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0 1 1

il numero totale di bit è 22 (in media 22/12=1.833 bit/simbolo); se si fosse codificato senza tener conto delle probabilità (2 bit a simbolo) il messaggio occuperebbe 24 bit.

Codifica di Huffman

La **decodifica è univoca e mai ambigua.**

- es. 100100110110000 viene suddivisa senza ambiguità nei simboli
- 100 100 11 0 11 0 0 0
- C C B A B A A A
- Il primo bit di ogni simbolo coincide con la radice dell'albero; ogni bit successivo guida il decodificatore fino ad una foglia (simbolo corrispondente).

Codifica di Huffman

p_k	$I(s_k)$	$p_k * I(s_k)$	L_k	$L_k * p_k$
0,500	1,000	0,500	1,000	0,500
0,200	2,322	0,464	2,000	0,400
0,180	2,474	0,445	3,000	0,540
0,120	3,059	0,367	3,000	0,360
1,000		**1,777**		**1,800**

Entropia: 1,777 bit/simbolo

Lunghezza media del codice (binit/simbolo)

Un messaggio di es. 1000 simboli avrà lunghezza media di 1800 binit (il minimo teorico è 1777)

E' possibile **avvicinarsi quanto si vuole all'entropia,** codificando coppie, terne ecc. di simboli dell'alfabeto (ciascuna con la sua probabilità)

Codifica LZW

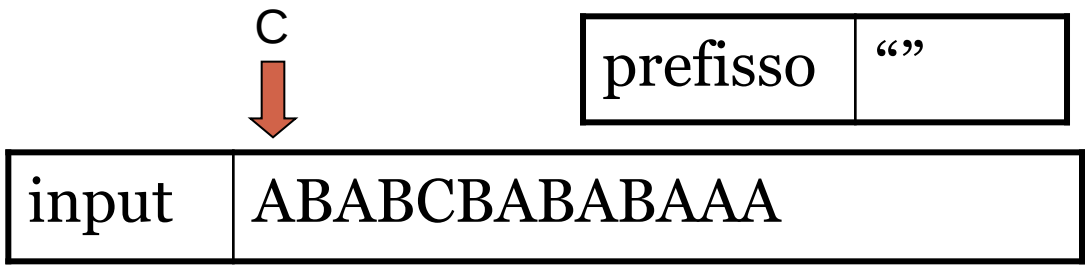
Confronto con la codifica di Huffman

- Nella codifica di *Huffman* ogni **simbolo** ha una codifica a lunghezza variabile: più il simbolo ha probabilità bassa più la sua codifica è lunga in termini di bit.
- Nella codifica *LZW* si codificano **sequenze di simboli di lunghezza variabile** con codici di lunghezza fissa
- Nella codifica *Huffman* va trasmessa anche la tabella di codifica, nella codifica *LZW* non è necessario (la tabella viene ricostruita durante la decodifica!).

Codifica LZW

Algoritmo di codifica

- Si inizializza il dizionario dei simboli con tutti i simboli dell'alfabeto sorgente con la corrispondente codifica
- Si inizializza a "" la variabile PREFISSO
- Si legge il primo carattere dello STREAM di INPUT nella variabile C.

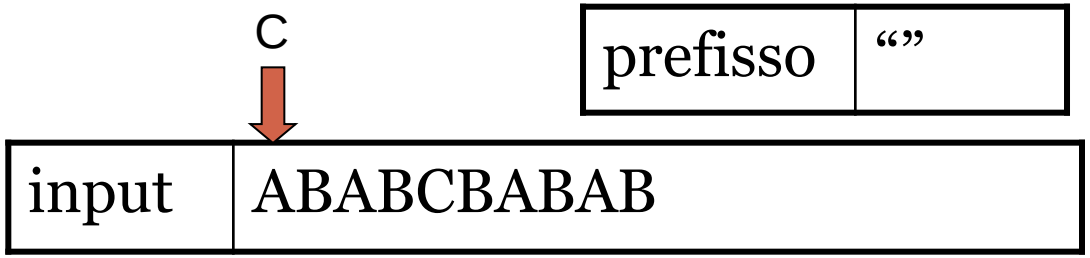


Seq. simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010

Codifica LZW

Algoritmo di codifica

- Se la sequenza Prefisso+C è presente nel dizionario
  - allora Prefisso:=Prefisso+C;
  - altrimenti
    - output := output+code(Prefisso)
    - inserire la sequenza Prefisso+C nel dizionario e codificarla
    - Prefisso := C
- Se esistono ancora caratteri in INPUT leggere un carattere e tornare al punto precedente altrimenti:
    - output := output+code(Prefisso)



Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010

Codifica LZW

Algoritmo di codifica: esempio

prefisso	“”

input	ABABCBABAB
output	

Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010

prefisso	~~A~~ AB

input	ABABCBABAB
output	0000

3

1

Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010
AB	0011

2

Codifica LZW

Algoritmo di codifica: esempio

prefisso	~~B~~ A

input	ABABCBABAB
output	0000 0001

3

1

2

Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010
AB	0011
BA	0100

prefisso	AB

input	ABABCBABAB
output	0000 0001

1

Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010
AB	0011
BA	0100

Codifica LZW

Algoritmo di codifica: esempio

prefisso	AB C

input	ABABCBABAB
output	0000 0001 0011

3

1

Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010
AB	0011
BA	0100
ABC	0101

2

A questo punto poiché “ABC” non è presente nel dizionario allora codifico AB, inserisco nel dizionario ABC e metto nella variabile *prefisso* C. Procedendo così ottengo alla fine:

output	0000 0001 0011 0010 0100 0111

Decodifica LZW

Algoritmo di decodifica

- Si inizializza il dizionario dei simboli con tutti i simboli dell'alfabeto sorgente ordinati e si codificano in stringhe di bit
- Si inizializza a "" la variabile PREFISSO
- Si legge la prima posizione della codifica dello STREAM di INPUT nella variabile CW.
- Si supponga che esista una funzione DECODE(c) che dato un codice c restituisce la corrispondente stringa di simboli del dizionario.

PW CW

prefisso	""

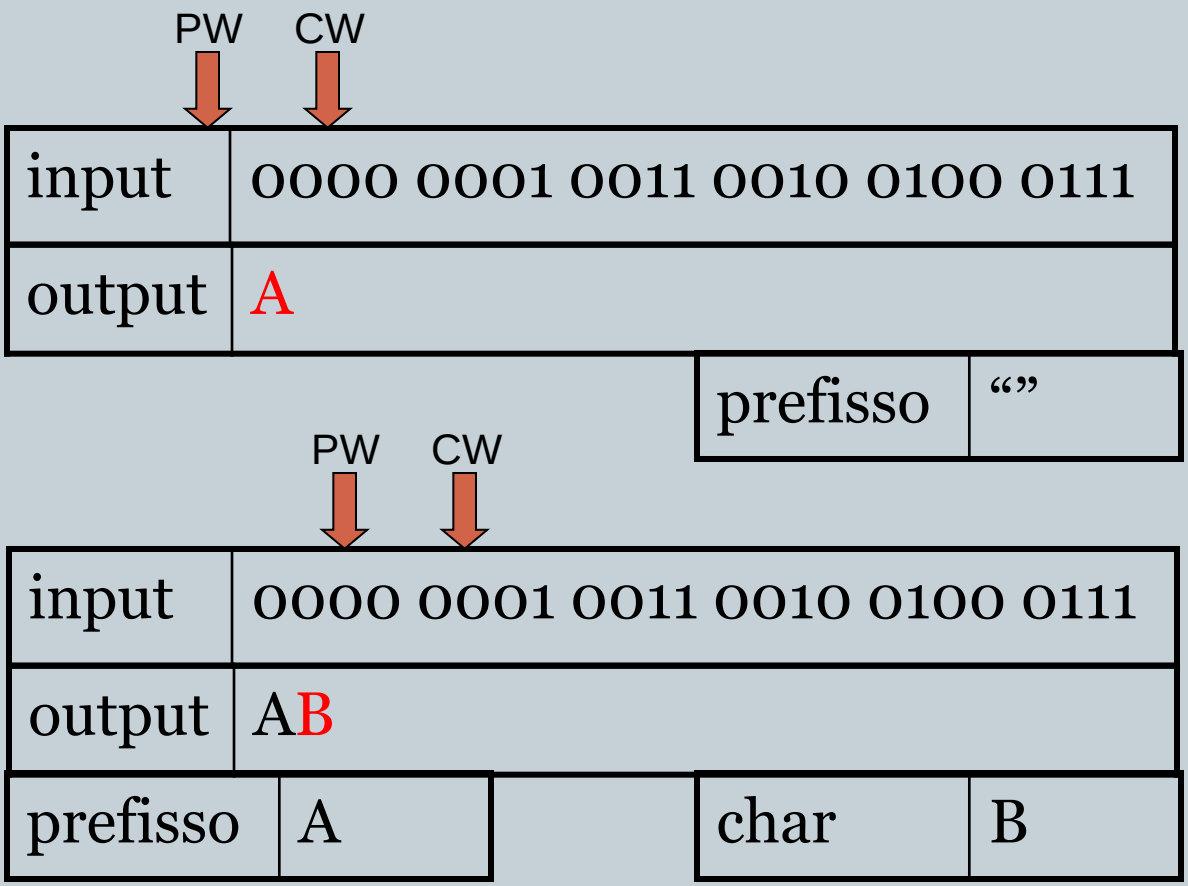
input	0000 0001 0011 0010 0100 0101
output	

Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010

Decodifica LZW

1. Si produce in output la stringa di simboli DECODE(CW)
2. PW := CW; sposto CW sulla posizione successiva
3. Se CW è presente nel dizionario allora
   - Si produce in output la stringa di simboli DECODE(CW)
   - Prefisso := DECODE(PW)
   - Char := DECODE(CW)[1] (primo carattere della stringa decodificata)
   - Si aggiunge la stringa Prefisso+Char nel dizionario
4. Altrimenti
   - Prefisso := DECODE(PW)
   - Char := DECODE(PW)[1] (primo carattere della stringa decodificata al passo precedente)
   - Si produce in output Prefisso+Char e si aggiunge al dizionario
5. Se l'input non è terminato tornare al punto 2.

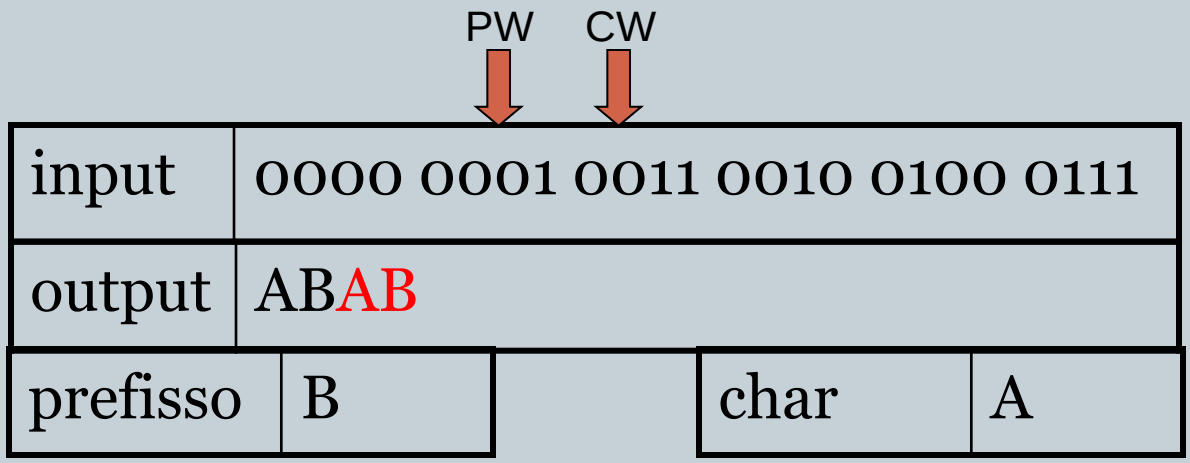
Decodifica LZW



Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010

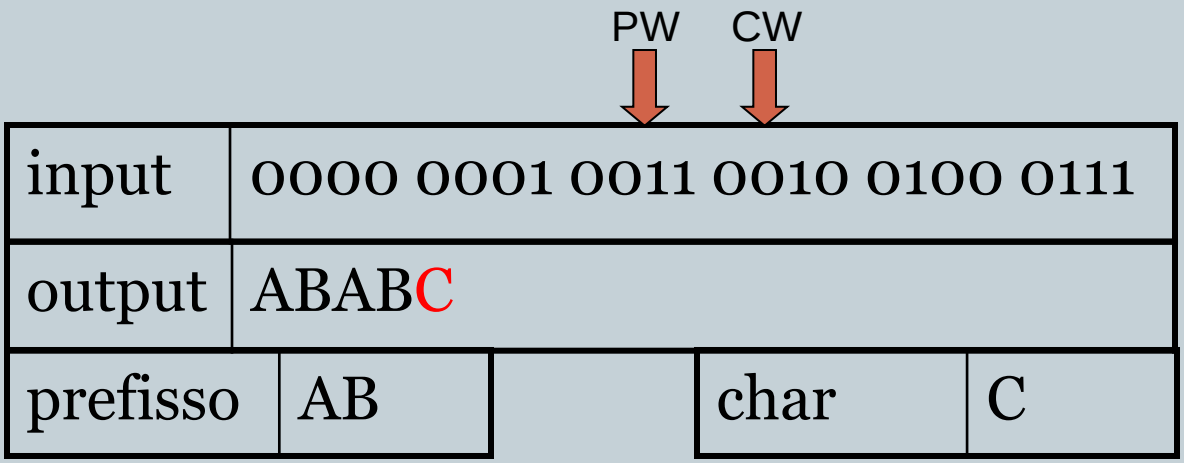
Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010
AB	0011

Decodifica LZW



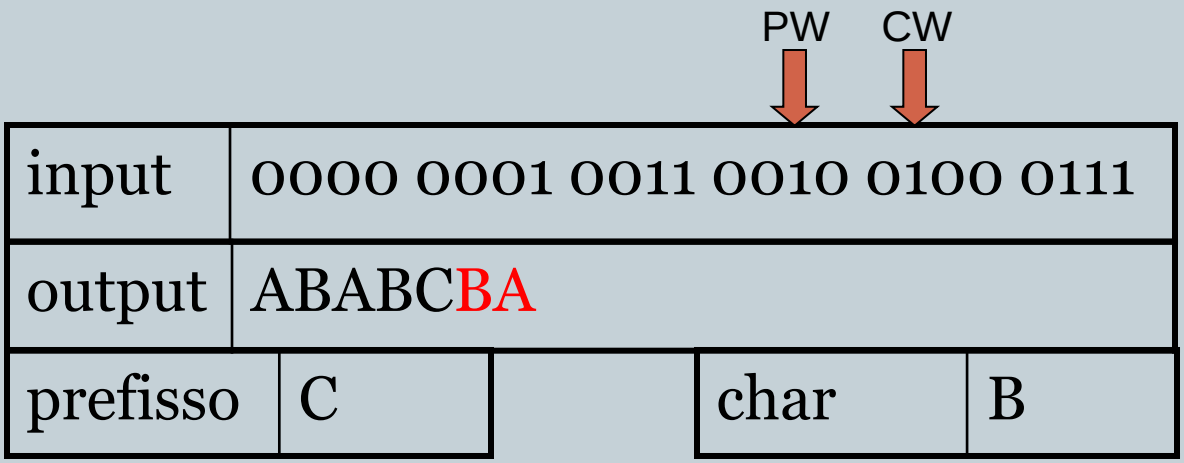
Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010
AB	0011
BA	0100

Decodifica LZW



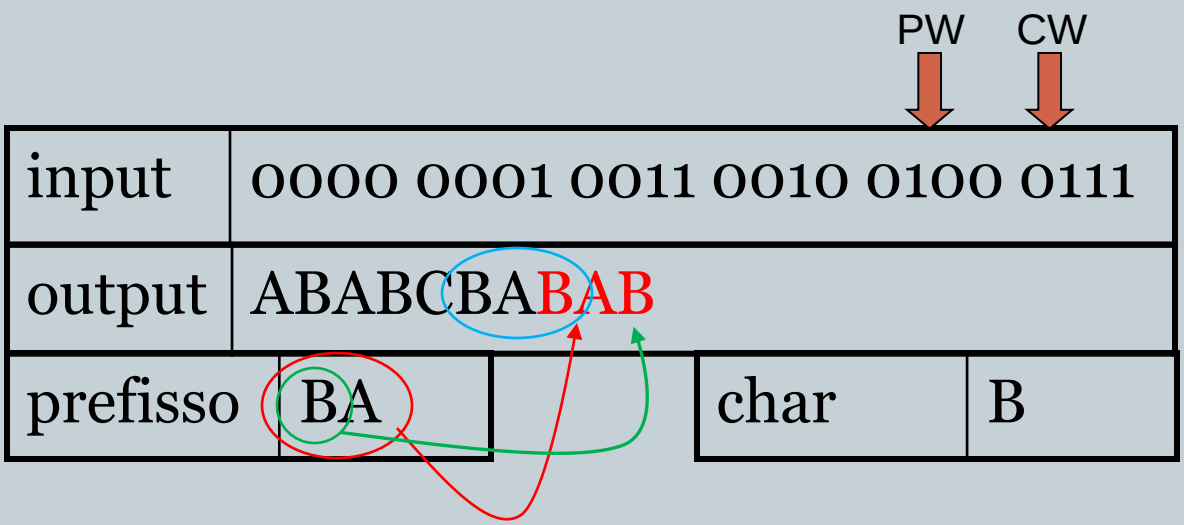
Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010
AB	0011
BA	0100
ABC	0101

Decodifica LZW



Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010
AB	0011
BA	0100
ABC	0101
CB	0110

Decodifica LZW



Stringa di simboli	code
A	0000
B	0001
C	0010
AB	0011
BA	0100
ABC	0101
CB	0110

0111???