Foglio di Esercizi 12

Consegna giovedì 16 gennaio 2014 ore 11:30

Esercizio 1 (Punti 8)**.** Nello spazio euclideo $\mathbb{E}^3$ si considerino il piano $\pi : x-y+z = 0$ e il punto $P : \ [1, -1, -1, 2]$.

i. Si determini la proiezione ortogonale A di P su π.

ii. Si determini la proiezione B di P su π lungo la direzione individuata da $\vec{w} = [1, 1, 0, -2]^T$.

iii. Si determini l'area del triangolo ABO, con $O : \ [1, 0, 0, 0]$.

iv. Detto P' il simmetrico di P rispetto a π nella direzione di $\langle \vec{w} \rangle$, si determini il volume del tetraedro $PP'AO$.

Esercizio 2 (Punti 2+1+ 2+1)**.** Nello spazio euclideo $\mathbb{E}^3$ si considerino il punto $R : [1 \quad 2 \quad -2 \quad -1]^T$ e il piano $\pi : 2x - y = 0$.

1. Si determinino le equazioni cartesiane e parametriche della retta r passante per il punto R e di direzione $\vec{v}_r = [0 \quad -1 \quad 1 \quad 1]^T$;
2. si determini il punto P intersezione tra π e r;
3. si determini la proiezione R' di R su π lungo la sottovarietà generata da $\vec{w} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]^T$;
4. si determini l'area del triangolo PRR'.

Esercizio 3 (Punti 1+ 1+ 2+ 2+1)**.** Nello spazio euclideo $\mathbb{E}^3$ si considerino le rette

$$r : \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ \\ z = 1 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x + 2z + 1 = 0 \\ \\ y = 0 \end{cases}$$

1. Si determinino le equazioni cartesiane delle rette r e s.
2. Si verifichi che r e s sono sghembe.
3. Si determinino i punti R e S di minima distanza tra le due rette.
4. Si determinino le rette passanti per il punto R e incidenti la retta s in un punto a distanza $\sqrt{3}$ da S. Si denotino con A e B tali punti.
5. Si determini l'area del triangolo ARB. Di che triangolo si tratta?

Esercizio 4 (Punti 2+1+4+2+2+2)**.** Nel piano euclideo reale $\mathbb{E}^2$ in cui sia fissato un riferimento cartesiano ortogonale.

1. Si determini la matrice della trasformazione affine $f_{(A,\vec{b})}$ tale che

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \longmapsto A' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \longmapsto B' = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \longmapsto C' = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

   (*Servirsi di un disegno ...*)

2. Tale trasformazione è un'isometria? È un'omotetia?

3. Si determini il baricentro G del triangolo ABC, l'area di ABC e le aree dei triangoli ABG, ACG e BCG, nonché il baricentro G' e l'area di di $A'B'C'$ e le aree dei triangoli $A'B'G'$, $A'C'G'$ e $C'B'G'$.

4. Determinare il circocentro Ξ di ABC.

5. Si determini l'equazione della circonferenza passante per A, B e C.

6. È vero che Ξ' è il circocentro di $A'B'C'$.

Le risposte vanno adeguatamente giustificate