Serway, Jewett

Principi di Fisica
IV Ed.

Capitolo 7

Energia potenziale di un sistema

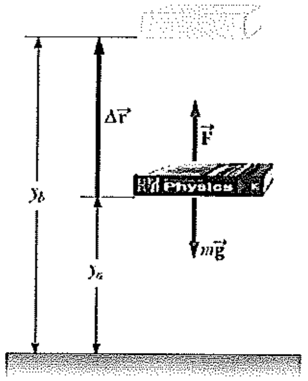


FIGURA 7.1 Il lavoro compiuto da un agente esterno sul sistema del libro e della Terra quando il libro è sollevato da y_a a y_b è uguale a $mgy_b - mgy_a$.

Sistemi di 2 o più particelle interagenti attraverso forze interne al sistema. Energia cinetica del sistema uguale alla somma delle energie cinetiche delle particelle (a volte l'energia cinetica di alcune delle particelle che costituiscono il sistema può essere trascurata).

Ipotizziamo di sollevare un libro rispetto alla superficie terrestre (sistema libro-terra), dalla quota y_a alla quota di y_b. Dobbiamo compiere un lavoro (trasferimento di energia al sistema). Libro fermo prima e fermo dopo. Nessun aumento di temperatura del sistema. Che fine ha fatto il lavoro compiuto? In qualche modo deve aver variato l'energia immagazzinata:

$$\Delta E_{sistema} = \Sigma T$$

Si introduce una nuova forma di energia immagazzinata detta energia potenziale. Se una volta sollevato il libro viene lasciato cadere, manifesta energia cinetica che ha origine proprio nel lavoro compiuto per sollevarlo.

Per sollevarlo dobbiamo applicare una forza uguale e contraria alla forza peso. Assumiamo il verso positivo dell'asse y verso l'alto.

$$\vec{F} = m\vec{g} = mg\hat{j} \qquad \Delta\vec{r} = \Delta y\,\hat{j}$$

$$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = mg\hat{j}\cdot\Delta y\,\hat{j} = mg\Delta y = mg(y_B - y_A)$$

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

Definiamo Energia Potenziale gravitazionale $U_g = mgy$

$$U_g \equiv mgy \qquad W = \Delta U_g = U_{gB} - U_{gA}$$

L'energia potenziale dipende solo dall'altezza verticale dell'oggetto (indipendentemente dal percorso seguito per innalzarlo).

Infatti se: $\Delta\vec{r} = \Delta x\,\hat{i} + \Delta y\,\hat{j}$ $\quad \vec{F} = mg\,\hat{j}$

$$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = mg\,\Delta x\,\hat{j}\cdot\hat{i} + mg\,\Delta y\,\hat{j}\cdot\hat{j}$$

$$= mg\,\Delta y = mg\,(y_B - y_A)$$

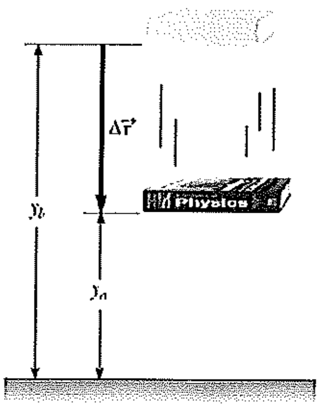


FIGURA 7.2 Il lavoro compiuto dalla forza di gravità sul libro quando il libro cade da y_b a y_a è uguale a $mgy_b - mgy_a$.

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

Il sistema isolato, sistema terra-libro.

Il libro è stato sollevato ad una certa altezza y_b e poi lasciato libero. Esaminiamo la caduta da y_b a y_a

In questo caso la forza agente è la forza peso. Calcoliamo il lavoro eseguito sul libro.

$$W_{sul\ libro} = -mg\,\hat{j}\cdot(y_a - y_B)\,\hat{j} = mg\,(y_B - y_A)$$

Vale anche il teorema del lavoro e dell'energia cinetica:

$$W_{sul\ libro} = \Delta K = K_A - K_B = K_f - K_i$$

$$K_A - K_B = mg(y_B - y_A) = U_{gi} - U_{gf}$$

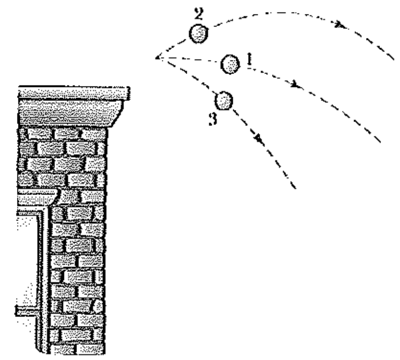
$$K_f - K_i = U_{gi} - U_{gf}$$

$$U_{gf} + K_f = U_{gi} + K_i \qquad E_{mec} = U + K$$

Nel sistema isolato (in cui non ci sono trasferimenti di energia con l'esterno), l'energia meccanica si conserva.

Per il nostro libro la conservazione dell'energia è: $\frac{1}{2} m v_f^2 + mg\,y_f = \frac{1}{2} m v_i^2 + mg\,y_i$

FIGURA 7.3 (Quiz rapido 7.3) Tre palle identiche sono lanciate con lo stesso modulo della velocità iniziale dalla sommità di un fabbricato.



Ordinare le palle secondo il modulo della velocità che ciascuna di esse avrà nell'istante in cui tocca terra.

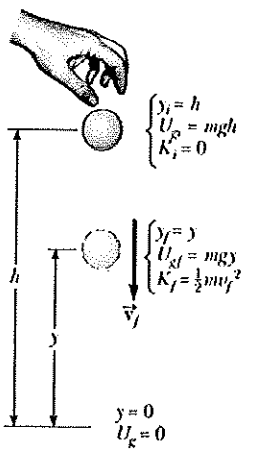


FIGURA 7.4 (Esempio 7.1) Una palla cade da u spetto al suolo. Inizialmente, l'energi stema palla-Terra è energia potenzi nale, uguale a *mgh*, relativa al suol l'energia totale del sistema è la somm cinetica e potenziale.

Corpo in caduta libera.

Determinare la velocità della palla quando si trova ad una quota y rispetto al suolo.

$$K_F + U_{gF} = K_i + U_{gi}$$

$$\frac{1}{2} m v_F^2 + mgy = 0 + mgh$$

$$v_F^2 = 2g(h-y) \qquad v_F = \sqrt{2g(h-y)}$$

Stessa formula che avevamo nel moto rettilineo uniformemente accelerato.

Determinare la velocità della palla nel punto y se essa possiede una velocità iniziale vi alla quota iniziale h.

$$\frac{1}{2} m v_F^2 + mgy = \frac{1}{2} m v_i^2 + mgh \qquad v_F^2 = v_i^2 + 2g(h-y)$$

$$v_F = \sqrt{v_i^2 + 2g(h-y)}$$

Stessa formula che avevamo nel moto rettilineo uniformemente accelerato.

Forze conservative e non conservative

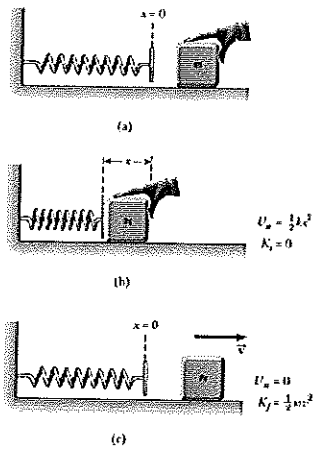


FIGURA 7.6 (a) Una molla non deformata su una superficie orizzontale priva d'attrito. (b) Un blocco di massa m viene spinto contro una molla, comprimendola di una lunghezza x. (c) Quando il blocco viene lasciato da fermo, l'energia potenziale elastica immagazzinata nel sistema è trasformata in energia cinetica del blocco.

Abbiamo dimostrato precedentemente, per la forza peso, che l'energia meccanica si conserva in un sistema isolato. In generale questo risultato si può estendere a tutte le forze conservative.

Definizione: Una forza si dice conservativa se il lavoro che svolge è indipendente dalla traiettoria seguita dai componenti di un sistema, ma dipende solo dalla configurazione iniziale e finale del sistema.

Definizione Equivalente: Una forza si dice conservativa se il lavoro che svolge quando un componente del sistema si muove lungo un percorso chiuso è nullo.

Queste due definizioni sono valide per la forza di gravità. Anche la forza elastica la soddisfa. Infatti:

$$W_{m} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\,dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

Anche nel caso della molla si può definire l'energia potenziale elastica come: $U_m = \frac{1}{2}kx^2$

Anche per la molla valgono le considerazioni fatte nel caso gravitazionale: il lavoro compiuto da una forza esterna applicata viene immagazzinato nell'energia potenziale elastica.

Per tutte le forze conservative si può definire l'energia potenziale (che dipende solo dalla configurazione del sistema). Se il sistema è soggetto alle sole forze conservative ed è isolato, Energia meccanica è costante.

La forza di attrito non è conservativa: per esempio si calcoli il lavoro della forza di attrito dinamico nello spostamento di un corpo da x_i a x_f e poi indietro da x_f a x_i.

Riprendiamo la relazione che esprime la conservazione dell'energia in un sistema:

$$\Delta E_{sistema} = \Sigma T$$

Dove l'energia immagazzinata nel sistema può essere cinetica, potenziale o interna e se il sistema è isolato, non abbiamo energia trasmessa.

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = \Delta E_{sistema} = 0$$

Che può essere scritta come: $\Delta K + \Delta U = \Delta E_{mecc} = -\Delta E_{int}$

In precedenza per il sistema isolato, in presenza di attrito dinamico avevamo trovato:

$$\Delta E_{int} = f_d d$$

E quindi: $\Delta K + \Delta U = \Delta E_{mecc} = -\Delta E_{int} = -f_d d$

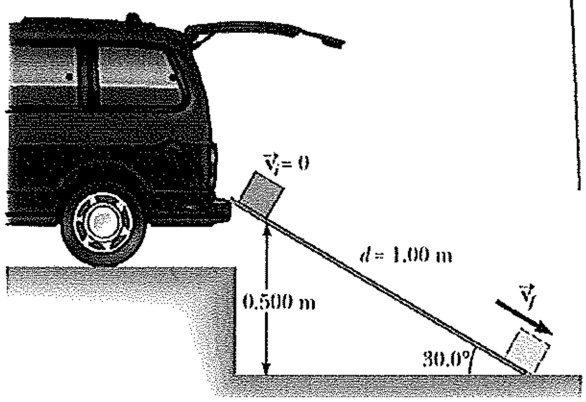
La diminuzione dell'energia meccanica è uguale all'aumento di energia interna (lavoro della forza di attrito).

O in altre parole $\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = 0 \longrightarrow K + U + E_{int} = \text{costante}$

Nel caso particolare in cui non varia l'energia interna riotteniamo la conservazione dell'energia meccanica: $\Delta K + \Delta U = 0$ $\quad K + U = \text{costante}$

ESEMPIO 7.3 Cassa che scivola lungo una rampa

Una cassa di 3.00 kg scivola giù lungo una rampa di carico. La rampa è lunga 1.00 m, e inclinata di un angolo di 30.0°, come in Figura 7.8. La cassa parte da ferma dalla sommità e subisce una forza di attrito costante di 5.00 N. Usare il metodo energetico per determinare la velocità della cassa proprio mentre raggiunge la base della rampa.



Calcoliamo prima con che velocità sarebbe arrivata a terra se non ci fosse stato l'attrito. In tal caso E_{mecc}=K+U=costante .

$K_i=0$ $U_i=mgh=mg\,(d*\sin(30°))$ $E_{mi}=E_{mf}$ $0+mg(d*\sin(30°))=(1/2)m*v^2+0$

$K_f=(1/2)m*v^2$ $U_f=0$ Si ottiene $v^2=2mgh$ $v=5.4$ m/s

Con l'attrito: $\Delta K + \Delta U = \Delta E_{\text{mecc}} = -\Delta E_{\text{int}} = -f_d d$

$E_i = U_i = mgy_i$ $E_f = K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$ $\Delta E_{\text{mecc}} = -f_d d,$

$$-f_d d = \frac{1}{2}mv_f^2 - mgy_i \qquad v_f = \sqrt{2gy_i - 2\frac{f_d d}{m}} = 2.54 \text{ m/s}$$

Velocità molto minore

EdiSES

Per il libro in caduta libera avevamo trovato il lavoro della forza gravitazionale sul libro:

$$W_{\text{sul libro}} = -mg\hat{j}\cdot(y_a - y_b)\hat{j} = mg(y_b - y_A)$$

$$W_{\text{sul libro}} = mgy_b - mgy_a = -\Delta U$$

Cioè il lavoro è uguale alla variazione (cambiata di segno) della funzione energia potenziale che dipende solo dalle coordinate iniziali e finali. Questa è una caratteristica di tutte le forze conservative. La funzione energia potenziale non esiste per le forze non conservative perché il lavoro dipende dal cammino percorso.

Quindi per una forza conservativa:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx = -\Delta U = -(U_f - U_i) = -U_f + U_i$$

$$U_f = -\int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx + U_i$$

Ui è un potenziale di riferimento che spesso viene preso =0.

Se conosciamo la F possiamo calcolare U.

EdiSES

Esempio: F=-kx (forza elastica)

$$U_f = -\int_{x_i}^{x_f} (-kx)\,dx + U_i = \tfrac{1}{2}kx_f^2 - \tfrac{1}{2}kx_i^2 + U_i$$

Scegliendo il valore di riferimento del potenziale Ui=0 per xi=0, otteniamo:

$$U_f = \tfrac{1}{2}kx_f^2 - \tfrac{1}{2}kx_i^2 + U_i = \tfrac{1}{2}kx_f^2 - 0 + 0 \quad \rightarrow \quad U_f = U_m = \tfrac{1}{2}kx^2$$

Vale anche l'inverso: se conosciamo U possiamo ottenere F:

F conservativa e spostamento elementare lungo x:

$$dW = \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{F}} \cdot dx\hat{\mathbf{i}} = F_x\,dx = -\,dU \quad \longrightarrow \quad F_x = -\frac{dU}{dx}$$

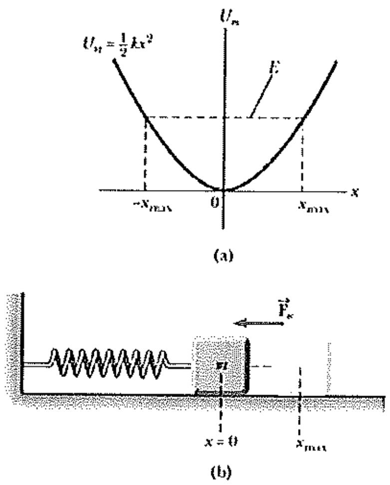
Esempio: potenziale gravitazionale mgy

$$F_y = -\frac{dU_g}{dy} = -\frac{d}{dy}(mgy) = -mg$$

EdiSES

Energia potenziale ed equilibrio

Diagramma dell'energia potenziale in funzione della posizione:



(a)

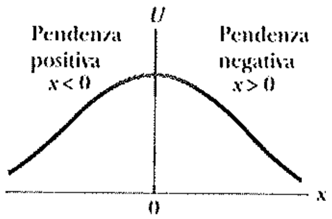
(b)

$$F_m = -\frac{dU_m}{dx} = -kx$$

La forza è la pendenza della curva cambiata di segno.

Minimo della U, punto di equilibrio stabile.

Massimo della U, punto di equilibrio instabile.



EdiSES

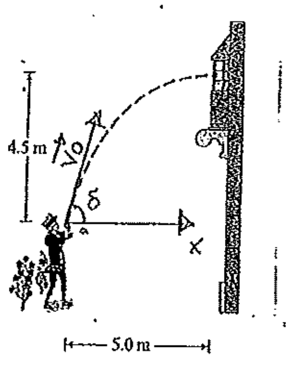
2) Una borsa di 2 kg è lasciata cadere dalla cima della torre di Pisa e cade per 55 m prima di toccare il suolo con una velocità di 29 m/s. Quale è stata la forza media dovuta alla resistenza dell'aria?

N.25 p 184: un battipalo di massa 2100 kg viene usato per conficcare un palo nel terreno. La massa del battipalo viene lasciata cadere da ferma da un'altezza di 5 m rispetto alla sommità del palo d'acciaio e lo conficca per 12 cm. Si determini la forza media esercitata dal palo sulla massa.

Un blocco di 2 kg cade da un'altezza h=40 cm su una molla avente costante elastica k=1960 N/m. Quanto vale l'energia cinetica della massa nel punto in cui tocca la molla (punti 2.5).Trovate la massima lunghezza di compressione della molla (punti 5). Quanto vale l'energia cinetica della massa al punto di massima compressione della molla? (punti 2.5)

1) Un blocco di legno di 1600 g è saldamente attaccato ad una molla di massa trascurabile, orizzontale con k=240 N/m. Il sistema molla-blocco quando viene compresso di 5.0 cm e poi rilasciato supera di 2.3 cm la posizione di equilibrio prima di fermarsi e tornare indietro.
   a) (punti 6) Quale è il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco e il tavolo?
   b) (punti 2) Supponendo ora che il piano sia perfettamente liscio, dopo la compressione di 5 cm, a che distanza dalla posizione di equilibrio arriva la massa prima di arrestarsi?
   c) (punti 2) In assenza di attrito la massa si muoverebbe di moto armonico. Quanto varrebbe il periodo del moto?

2) Romeo sta cercando di chiamare Giulietta lanciando sassolini contro la sua finestra e vuole che essi colpiscano il vetro in avendo solo componente orizzontale della velocità. Romeo si trova al bordo di un roseto, ~~6~~ m al di sotto della finestra, e a una distanza di ~~8~~.0 m dalla base del muro (come in figura) 4.5 5.0
   a) (punti 6) Che velocità hanno i sassolini quando colpiscono la finestra?
   b) (punti 2) Quanto tempo impiegano a colpire la finestra?
   c) (punti 2) Quale è l'angolo di lancio (δ) ?



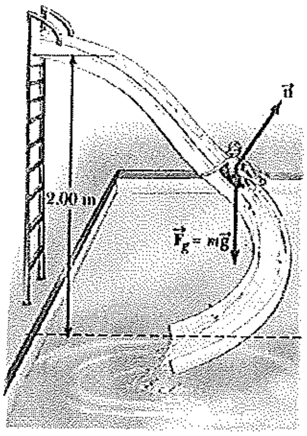


FIGURA 7.9 (Esempio 7.4) Se lo scivolo è senza attrito, la velocità del bambino in basso dipende soltanto dall'altezza dello scivolo.

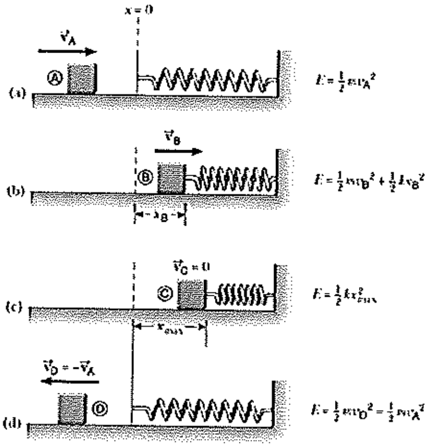


FIGURA 7.10 (Esempio 7.5) Un blocco che scivola lungo una superficie orizzontale liscia, urta contro una molla leggera. (a) Inizialmente l'energia meccanica del sistema è tutta energia cinetica. (b) L'energia meccanica è la somma dell'energia cinetica del blocco e dell'energia potenziale elastica della molla. (c) L'energia meccanica è interamente energia potenziale. (d) L'energia meccanica ritorna sotto forma di energia cinetica del blocco. L'energia totale del sistema blocco-molla rimane costante durante tutto il moto.

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES