

# Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche  
Tiziano Villa

12 Febbraio 2016

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	12	
problema 2	18	
totale	30	

1. Si consideri la composizione di macchine a stati finiti che definiscono il sistema a ciclo chiuso mostrato nella figura allegata ("FeedbackLoop"), costituito dall'interconnessione delle macchine Parita' e UltimiTree anch'esse allegate.

- (a) Si costruisca il diagramma di transizione degli stati della macchina composta (cioe' la macchina composta monolitica che realizza il sistema FeedbackLoop). Si verifichi la correttezza della macchina composta proposta rispetto alla composizione di macchine originale simulando su entrambe la successione d'ingressi  $x = v@0 \ v@1 \ f@2 \ v@3 \ f@4$  e calcolando la successione d'uscite  $y = ?@0 \ ?@1 \ ?@2 \ ?@3 \ ?@4 \ ?@5$ .

Traccia di soluzione.

$$y = v@0 \ v@1 \ v@2 \ v@3 \ f@4 \ f@5.$$

Si noti che il valore  $y = v@0$  riflette l'inizializzazione del sistema, data dal fatto che Parita' e' una macchina di Moore che nello stato iniziale produce l'uscita  $y = v$  indipendentemente dall'ingresso. I quattro valori successivi dell'uscita  $y$  corrispondono ai quattro valori dell'ingresso  $x$ .

Si veda il foglio allegato.

Esempio di derivazione per lo stato  $(f, 2)$ . Supponiamo che la macchina composta sia nello stato  $(f, 2)$  e che l'ingresso  $x$  sia *vero*. Allora l'uscita  $y = falso (*)$  poiche' lo stato  $f$  in Parity produce sempre l'uscita *falso* e quindi l'ingresso a LastThree e' *falso*, per cui LastThree nello stato 2 sotto l'ingresso *falso* produce l'uscita  $z = falso$  e va nello stato 0; da cui si ha  $u = falso (x = vero \wedge z = falso)$  per cui Parity nello stato  $f$  sotto l'ingresso *falso* va (rimane) nello stato  $f$ , percio' dallo stato  $(f, 2)$  sotto l'ingresso  $x = vero$  si va nello stato  $(f, 0)$  con l'uscita  $y = falso$  (questa e' ancora la vecchia uscita  $y$  al punto (\*)). Nel nuovo stato  $(f, 0)$  l'uscita  $y = falso$  (questa adesso e' la nuova uscita definita dal nuovo stato presente  $f$  in Parity) e si puo' ricominciare la simulazione. Similmente per l'ingresso  $x = falso$ , per cui ho scritto  $-/f$  sulla transizione da  $(f, 2)$  a  $(f, 0)$ .

Il procedimento sopra descritto deve essere seguito per ogni stato presente della macchina composta e per ogni ingresso  $x = vero, x = falso$  per ottenere la macchina composta completa.

- (b) Si minimizzi il numero di stati del diagramma delle transizioni proposto.  
Traccia di soluzione.  
Si veda il foglio allegato.
- (c) Si derivi un circuito sequenziale che realizza il diagramma di transizione proposto e se ne mostri lo schema circuitale.  
Traccia di soluzione.  
Si veda il foglio allegato.
- (d) Si spieghi se la macchina composta e' di Mealy o di Moore.  
Traccia di soluzione.  
La macchina composta e' di Moore (l'uscita non dipende dall'ingresso, ma solo dallo stato presente).

2. Si consideri un impianto  $G$  con  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $\Sigma_{uc} = \{b\}$ ,  $L(G) = \overline{a^*ba^*}$  (cioe' il linguaggio ottenuto dai prefissi delle stringhe dell'espressione regolare  $a^*ba^*$ ),  $L_m(G) = a^*ba^*$ .

(a) Si enunci formalmente la definizione di controllabilita' di un linguaggio e la si descriva intuitivamente a parole.

Traccia di soluzione

**Definizione** Siano  $K$  e  $M = \overline{M}$  linguaggi sull'alfabeto di eventi  $E$ , con  $E_{uc} \subseteq E$ . Si dice che  $K$  e' controllabile rispetto a  $M$  e  $E_{uc}$ , se per tutte le stringhe  $s \in \overline{K}$  e per tutti gli eventi  $\sigma \in E_{uc}$  si ha

$$s\sigma \in M \Rightarrow s\sigma \in \overline{K}.$$

[equivalente a  $\overline{K}E_{uc} \cap M \subseteq \overline{K}$ ]

- (b) Si enunci formalmente la definizione di osservabilit  di un linguaggio e la si descriva intuitivamente a parole.

Traccia di soluzione.

**Definizione** Siano  $K$  e  $M = \overline{M}$  linguaggi sull'alfabeto di eventi  $E$ . Sia  $E_c \subseteq E$  l'insieme degli eventi controllabili. Sia  $E_o \subseteq E$  l'insieme degli eventi osservabili con  $P$  la proiezione da  $E^*$  a  $E_o^*$ .

Si dice che  $K$    osservabile rispetto a  $M, P, E_c$ , se per tutte le stringhe  $s \in \overline{K}$  e per tutti gli eventi  $\sigma \in E_c$ ,

$$s\sigma \notin \overline{K} \wedge s\sigma \in M \Rightarrow P^{-1}[P(s)]\{\sigma\} \cap \overline{K} = \emptyset.$$

Per tutti e tre i punti seguenti si supponga che gli eventi  $a$  e  $b$  siano indistinguibili, cioè esiste una proiezione  $P$  tale che  $P(a) = P(b) \neq \epsilon$  (vuol dire che si vede che l'impianto produce un evento, ma non si sa se produce  $a$  o  $b$ ).

(c) Si verifichi se la specifica  $K_3 = \{b, aa\} \subset L(G)$  è controllabile.

Si verifichi se la specifica  $K_3 = \{b, aa\} \subset L(G)$  è osservabile.

Si descriva una strategia di controllo, se esiste.

Traccia di soluzione.

$\overline{K_3}E_{uc} \cap M = \{\epsilon, b, a, aa\}b \cap M = \{b, ab, aab\} \not\subset \overline{K_3}$ . Perciò  $K_3$  non è controllabile,

Intuitivamente: non si può impedire all'impianto di produrre, ad esempio,  $ab$ .  $K_3$  non è controllabile.

$K_3$  non è osservabile, poiché  $ba \notin \overline{K_3}$  e  $ba \in M$ , ma  $P^{-1}[P(s)]\sigma \cap \overline{K_3} = P^{-1}[P(b)]a \cap \overline{K_3} = \{aa, ba\} \cap \overline{K_3} \neq \emptyset$ .

Commento intuitivo. Il fatto che  $K_3$  non è osservabile significa che se anche  $K_3$  fosse controllabile (e non lo è) l'osservabilità limitata renderebbe impossibile mantenere l'impianto entro la specifica. Infatti, supponiamo che  $b$  fosse controllabile, se all'inizio l'impianto producesse  $a$  poi si dovrebbe disabilitare  $b$ , mentre se all'inizio l'impianto producesse  $b$  poi si dovrebbe disabilitare  $a$ . Ma se non si distinguono  $a$  e  $b$  non si sa se disabilitare  $a$  o  $b$ .

Dato che  $K_3$  non è controllabile né osservabile, non esiste una strategia di controllo.

Poiché non c'è osservabilità, anche se  $b$  fosse controllabile non ci sarebbe una strategia di controllo.

(d) Si verifichi se la specifica  $K_4 = \{b, aa, baa, aaa\} \subset L(G)$  e' controllabile.

Si verifichi se la specifica  $K_4 = \{b, aa, baa, aaa\} \subset L(G)$  e' osservabile.  
Si descriva una strategia di controllo, se esiste.

Traccia di soluzione.

$K_4$  non e' controllabile. Ad esempio, non si puo' impedire all'impianto di produrre  $ab$ .

$K_4$  e' osservabile.

$$s \in \overline{K} = \{\epsilon, b, a, aa, ba, aaa, baa\}$$

$$s\sigma = \{a, ba, aa, aaa, baa, aaaa, baaa\}$$

Le stringhe  $s\sigma = a, ba, aa, aaa, baa \in \overline{K_4}$  soddisfano in modo banale l'implicazione (antecedente falso, implicazione vera).

Le stringhe  $s\sigma = aaaa, baaa \notin \overline{K_4}, \in M$  sono tali che  $P^{-1}[P(s)]\sigma \cap \overline{K_4} = \emptyset$  (dato che  $\overline{K_4}$  non contiene stringhe lunghe 4), per cui sia l'antecedente che il conseguente sono veri e l'implicazione e' vera.

Commento intuitivo. Il fatto che  $K_4$  e' osservabile significa che non e' l'osservabilita' limitata a rendere impossibile mantenere l'impianto entro la specifica. Infatti, non potendosi disabilitare  $b$ , non si possono impedire stringhe come  $ab$ ; il fatto che non si riesca a distinguere  $b$  da  $a$  o  $aa$  da  $ab$  e  $ba$  non peggiora la situazione, gia' compromessa dall'incontrollabilita' di  $b$ . Detto altrimenti, se  $b$  fosse controllabile, ci sarebbe una strategia di controllo anche in presenza di osservabilita' limitata: dopo il primo evento disabilita  $b$  per i prossimi due eventi, dopo il terzo evento disabilita tutto.

Dato che  $K_4$  non e' controllabile, non esiste una strategia di controllo.

(e) Si verifichi se la specifica  $K_5 = \{b, aa, ba\} \subset L(G)$  e' controllabile.

Si verifichi se la specifica  $K_5 = \{b, aa, ba\} \subset L(G)$  e' osservabile.

Si descriva una strategia di controllo, se esiste.

Traccia di soluzione.

$K_5$  non e' controllabile. Ad esempio, non si puo' impedire all'impianto di produrre  $ab$ .

$K_5$  e' osservabile.

$s \in \overline{K} = \{\epsilon, b, a, aa, ba\}$

$s\sigma = \{a, ba, aa, aaa, baa\}$

Le stringhe  $s\sigma = a, ba, aa \in \overline{K_5}$  soddisfano in modo banale l'implicazione (antecedente falso, implicazione vera).

Le stringhe  $s\sigma = aaa, baa \notin \overline{K_5}, \in M$  sono tali che  $P^{-1}[P(s)]\sigma \cap \overline{K_5} = \emptyset$  (dato che  $\overline{K_5}$  non contiene stringhe lunghe 3), per cui sia l'antecedente che il conseguente sono veri e l'implicazione e' vera.

Commento intuitivo. Il fatto che  $K_5$  e' osservabile significa che non e' l'osservabilita' limitata a rendere impossibile mantenere l'impianto entro la specifica. Infatti, non potendosi disabilitare  $b$ , non si possono impedire stringhe come  $ab$ ; il fatto che non si riesca a distinguere  $b$  da  $a$  o  $aa$  da  $ab$  e  $ba$  non peggiora la situazione, gia' compromessa dall'incontrollabilita' di  $b$ . Detto altrimenti, se  $b$  fosse controllabile, ci sarebbe una strategia di controllo anche in presenza di osservabilita' limitata: dopo il primo evento disabilita  $b$ , dopo il secondo evento disabilita tutto.

Dato che  $K_5$  non e' controllabile, non esiste una strategia di controllo.



(f) L'osservabilit  e' preservata dall'intersezione ? Si motivi la risposta.

Traccia di soluzione.

No, poiche'  $K_4$  e  $K_5$  sono osservabili, ma  $K_3 = K_4 \cap K_5$  non e' osservabile.

(g) Si definisca il sovralinguaggio osservabile infimo.

Esiste il sovralinguaggio osservabile infimo ? Si motivi la risposta.

Traccia di soluzione.

Dato che l'intersezione non preserva l'osservabilita, non e' garantita l'esistenza del sovralinguaggio osservabile infimo.