

Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti
Discrete Event and Hybrid Systems

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche
Tiziano Villa

12 Febbraio 2021

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	10	
problema 2	10	
problema 3	10	
totale	30	

1. (a) Si definisca la nozione di macchina a stati finiti nondeterministica.
[English: Define the notion of non-deterministic finite state machine]

- (b) Si definisca la nozione di equivalenza tra due macchine a stati finiti non-deterministiche. [English: Define the notion of equivalence between two non-deterministic finite state machines]

- (c) Si definisca la nozione di raffinamento tra due macchine a stati finiti non-deterministiche. [English: Define the notion of refinement between two non-deterministic finite state machines]

Traccia di soluzione.

M_1 raffina M_2 se e solo se hanno i medesimi ingressi e uscite e le successioni d'ingressi/uscite prodotte da M_1 sono un sottoinsieme (proprio o no) di quelle di M_2 .

(d) Si considerino le due macchine a stati finiti seguenti: [English: Consider the following two finite state machines:]

Macchina M' :

- stati: s'_1, s'_2 con s'_1 stato iniziale;
- transizione da s'_1 a s'_1 : \bullet/\perp ,
transizione da s'_1 a s'_2 : $\bullet/0$,
transizione da s'_2 a s'_2 : $\bullet/\perp, \bullet/0, \bullet/1$.

[English: Machine M' :

- states: s'_1, s'_2 with s'_1 initial state;
- transition from s'_1 to s'_1 : \bullet/\perp ,
transition from s'_1 to s'_2 : $\bullet/0$,
transition from s'_2 to s'_2 : $\bullet/\perp, \bullet/0, \bullet/1$.

]

Macchina M'' :

- stati: s''_1, s''_2 con s''_1 stato iniziale;
- transizione da s''_1 a s''_1 : $\bullet/0, \bullet/\perp$,
transizione da s''_1 a s''_2 : $\bullet/0$,
transizione da s''_2 a s''_2 : $\bullet/\perp, \bullet/0, \bullet/1$.

[English: Machine M'' :

- states: s''_1, s''_2 with s''_1 initial state;
- transition from s''_1 to s''_1 : $\bullet/0, \bullet/\perp$,
transition from s''_1 to s''_2 : $\bullet/0$,
transition from s''_2 to s''_2 : $\bullet/\perp, \bullet/0, \bullet/1$.

]

Si risponda in ordine alle seguenti domande (si indichi sempre il numerale romano in ogni risposta): [English: Answer the following questions according to their order (prefix each answer with its roman number)]

- i. Si disegnino i diagrammi di transizione delle due macchine. [English: Draw the state transition graphs of the two machines]
- ii. Si classifichino le macchine rispetto al determinismo. [English: Classify the machines with respect to determinism]

Traccia di risposta.

M' e' pseudo-nondeterministica.

M'' e' nondeterministica, ma non pseudo-nondeterministica.

- iii. Si trovi una simulazione di M' da parte di M'' , se esiste. [English: Find a simulation of M' by M'' , if it exists]

Traccia di risposta.

M'' simula M' come mostrato dalla relazione

$$R_{M'-M''} = \{(s'_1, s''_1), (s'_2, s''_2)\}.$$

- iv. Si trovi una simulazione di M'' da parte di M' , se esiste. [English: Find a simulation of M'' by M' , if it exists]

Traccia di risposta.

M' simula M'' come mostrato dalla relazione

$$R_{M''-M'} = \{(s''_1, s'_1), (s''_1, s'_2), (s''_2, s'_2)\}.$$

- v. Si trovi una bisimulazione tra le due macchine, se esiste. [English: Find a bisimulation between the two machines, if it exists]

Traccia di risposta.

Non c'è una bisimulazione perché l'unione delle due precedenti relazioni non è simmetrica, dato che non è presente la coppia (s'_2, s''_1) .

- vi. Si determinizzi la macchina M'' e si mostri il diagramma di transizione della macchina determinizzata così trovata $det(M'')$. [English: Determinize the machine M'' and draw the transition diagram of the determinized machine $det(M'')$ so computed]

Traccia di risposta.

Macchina $det(M'')$:

- stati: $\{s''_1\}, \{s''_1, s''_2\}, \{s''_2\}$ con $\{s''_1\}$ stato iniziale;
- transizione da $\{s''_1\}$ a $\{s''_1\}$: \bullet/\perp ,
transizione da $\{s''_1\}$ a $\{s''_1, s''_2\}$: $\bullet/0$,
transizione da $\{s''_1, s''_2\}$ a $\{s''_1, s''_2\}$: $\bullet/0, \bullet/\perp$,
transizione da $\{s''_1, s''_2\}$ a $\{s''_2\}$: $\bullet/1$,
transizione da $\{s''_2\}$ a $\{s''_2\}$: $\bullet/\perp, \bullet/0, \bullet/1$.

- vii. Si trovi una simulazione di M' da parte di $det(M'')$, se esiste. [English: Find a simulation of M' by $det(M'')$, if it exists]

Traccia di risposta.

$det(M'')$ simula M' come mostrato dalla relazione

$$R_{M'-det(M'')} = \{(s'_1, \{s''_1\}), (s'_2, \{s''_1, s''_2\}), (s'_2, \{s''_2\})\}.$$

- viii. Si trovi una simulazione di $det(M'')$ da parte di M' , se esiste. [English: Find a simulation of $det(M'')$ by M' , if it exists]

Traccia di risposta.

M' simula $\det(M'')$ come mostrato dalla relazione

$$R_{\det(M'')-M'} = \{(\{s_1''\}, s_1'), (\{s_1'', s_2''\}, s_2'), (\{s_2''\}, s_2')\}.$$

- ix. Si trovi una bisimulazione tra le due macchine M' e $\det(M'')$, se esiste. [English: Find a bisimulation between the two machines M' and $\det(M'')$, if it exists]

Traccia di risposta.

L'unione delle precedenti relazioni $R_{M'-\det(M'')} \cup R_{\det(M'')-M'} = \{(s_1', \{s_1''\}), (s_2', \{s_1'', s_2''\}), (s_2', \{s_2''\}), (\{s_1''\}, s_1'), (\{s_1'', s_2''\}, s_2'), (\{s_2''\}, s_2')\}$ e' simmetrica, quindi costituisce una bisimulazione tra M' e $\det(M'')$.

- x. Si commentino i risultati precedenti. [English: Draw conclusions from the previous results]

Traccia di risposta.

M' e M'' sono esempi di macchine a stati finiti minimizzate equivalenti (M' raffina M'' e M'' raffina M'), ma non bisimili e tanto meno isomorfe.

Dato che M' e' pseudo-nondeterministica e M'' e' nondeterministica, ma non pseudo-nondeterministica, il fatto che M'' simula M' implica che: a) M'' astrae M' cioe' M' raffina M'' (M' esibisce un sottoinsieme dei comportamenti di M''); b) M' simula M'' se e solo se M'' raffina M' .

Determinizzando gli stati di M'' si ottiene una macchina $\det(M'')$ pseudo-nondeterministica equivalente a M'' . Ne consegue che M' e $\det(M'')$ sono bisimili, poiche' macchine pseudo-nondeterministiche sono equivalenti se e solo se sono bisimili.

Minimizzando gli stati di $\det(M'')$ si ottiene una macchina a stati finiti isomorfa a M' (si noti che $\{s_1'', s_2''\}$ e $\{s_2''\}$ sono stati equivalenti).

2. Si consideri il sistema G con $\mathcal{L}(G) = a^*b^*$ e linguaggio ammissibile chiuso rispetto al prefisso $L_a = \overline{\{a^n b^m : n \geq m \geq 0\}}$. L'insieme degli eventi incontrollabili sia $E_{uc} = \{a\}$.

Si scriva con precisione la definizione di controllabilit .

Applicando la definizione di controllabilit  si verifichi se L_a   controllabile.

L_a   regolare ? Si motivi la risposta.

Traccia di soluzione.

L_a   controllabile ma non regolare.

Si consideri una stringa $s \in \overline{L_a}E_{uc} \cap \mathcal{L}(G)$. Deve essere $s = a^n$ per un n finito, il che implica $s \in \overline{L_a}$, e quindi $\overline{L_a}E_{uc} \cap \mathcal{L}(G) \subseteq \overline{L_a}$, dimostrando la controllabilit .

La non-regolarit  deriva dal fatto che bisogna contare quante a per decidere quante b permettere dopo la sequenza di a .

[English: Consider the plant G such that $\mathcal{L}(G) = a^*b^*$, the admissible prefix-closed language $L_a = \overline{\{a^n b^m : n \geq m \geq 0\}}$, and the set of uncontrollable events $E_{uc} = \{a\}$.

Write precisely the definition of controllability.

Apply the definition of controllability to verify whether L_a is controllable.

Is L_a regular ? Justify your answer.]

3. Una rete di Petri marcata e' specificata da una quintupla: $\{P, T, A, w, x\}$, dove P sono i posti, T le transizioni, A gli archi, w la funzione di peso sugli archi, e x il vettore di marcamento (numero di gettoni per posto). $I(t_i)$ indica l'insieme dei posti in ingresso alla transizione t_i , $O(t_j)$ indica l'insieme dei posti in uscita dalla transizione t_j .

Si consideri la rete di Petri P_{vvf16} definita da:

- $P = \{p_1, p_2, p_3\}$
- $T = \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$
- $A = \{(p_1, t_0), (p_1, t_1), (p_1, t_3), (p_2, t_2), (p_3, t_0), (p_3, t_2), (t_1, p_3), (t_2, p_3), (t_3, p_1), (t_3, p_2)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \ w(t_i, p_j) = 1$

Sia $x_0 = [1, 0, 0]$ la marcatura iniziale.

- (a) Si disegni il grafo della rete di Petri P_{vvf16} .
- (b) Si definiscano le nozioni di transizione L0-viva, L1-viva, L2-viva, L3-viva, L4-viva.
- (c) Si classifichino rispetto a tale definizione le transizioni t_0, t_1, t_2, t_3 della rete.

Traccia di soluzione.

t_0 e' L0-viva (morta), t_1 e' L1-viva, t_2 e' L2-viva, t_3 e' L3-viva.

- (d) Si studi il grafo delle marcature raggiungibili della rete.

[English: A marked Petri net is specified by a quintuple: $\{P, T, A, w, x\}$, where P are the places, T the transitions, A the arcs, w the weight function on the arcs, and x the marking vector (number of tokens in each place). $I(t_i)$ indicates the set of places entering into the transition t_i , $O(t_j)$ indicates the set of places exiting from the transition t_j .

Consider the Petri net P_{vzf16} defined by:

- $P = \{p_1, p_2, p_3\}$
- $T = \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$
- $A = \{(p_1, t_0), (p_1, t_1), (p_1, t_3), (p_2, t_2), (p_3, t_0), (p_3, t_2), (t_1, p_3), (t_2, p_3), (t_3, p_1), (t_3, p_2)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \ w(t_i, p_j) = 1$

Let $x_0 = [1, 0, 0]$ be the initial marking.

- i. Draw the graph of the Petri net P_{vzf16} .
- ii. Define the notions of L0-live, L1-live, L2-live, L3-live, L4-live transition.
- iii. Classify with respect to such definitions the transitions t_0, t_1, t_2, t_3 of the net.
- iv. Study the graph of the reachable markings of the net.

]