

Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti
Discrete Event and Hybrid Systems

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche
Tiziano Villa

25 Febbraio 2021

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	12	
problema 2	18	
totale	30	

1. Si consideri il sistema G con $\mathcal{L}(G) = \overline{\{u_1\alpha\gamma, u_1\alpha\beta, u_2\alpha\gamma\}}$, $E_c = E$, $E_{uo} = \{u_1, u_2\}$.

(a) Si scrivano con precisione le definizioni di controllabilita' e di osservabilita'.

Traccia di soluzione.

Si consultino le dispense.

(b) Si scriva il teorema per l'esistenza di un supervisore sotto controllabilita' ed osservabilita' limitata.

Traccia di soluzione.

Si consultino le dispense.

(c) Sia $K_1 = \overline{\{u_1\alpha\gamma, u_1\alpha\beta\}}$.

Esiste un P-supervisore tale che $\mathcal{L}(S_P/G) = K_1$? Si risponda applicando il teorema di esistenza precedente e mostrando i passaggi.

Traccia di soluzione.

Dato che tutti gli eventi sono controllabili, K_1 e' controllabile (in pratica interessa disabilitare u_2 all'inizio).

Da $P^{-1}P(\epsilon)u_2 \cap K_1 = \emptyset$, si deduce che K_1 e' osservabile.

K_1 e' osservabile rispetto a M, E_o, E_c se per tutti gli $s \in \overline{K_1}$ e per tutti i $\sigma \in E_c$, $(s\sigma \notin \overline{K_1})$ e $(s\sigma \in M) \Rightarrow P^{-1}[P(s)]\sigma \cap \overline{K_1} = \emptyset$.

La precedente implicazione e' sempre vera, perche' l'antecedente e' sempre falso, tranne per $s\sigma = \epsilon u_2 = u_2$ nel qual caso essendo $P^{-1}P(\epsilon)u_2 \cap \overline{K_1} = \emptyset$ sia l'antecedente che il conseguente sono veri, e quindi l'implicazione e' ancora vera. Si deduce che K_1 e' osservabile.

Intuitivamente: alla partenza si disabilita u_2 e poi non si disabilita piu' nessun evento. Il fatto che u_2 non sia osservabile non e' fonte di problemi, poiche' non ci sono stringhe nella specifica con proiezioni uguali ma che richiedono azioni di controllo diverse.

(d) Sia $K_2 = \overline{\{u_1\alpha\gamma, u_1\alpha\beta, u_2\alpha\}}$.

Esiste un P-supervisore tale che $\mathcal{L}(S_P/G) = K_2$? Si risponda applicando il teorema di esistenza precedente e mostrando i passaggi.

Traccia di soluzione.

Da $u_1\alpha\gamma \in P^{-1}P(u_2\alpha)\gamma \cap \overline{K_2}$ si deduce che K_2 non e' osservabile e quindi che non esiste il P-supervisore.

Intuitivamente: dato che u_1 e u_2 sono inosservabili, dopo aver visto α il P-supervisore non saprebbe se abilitare gli eventi γ e β (come dovrebbe fare, se il primo evento fosse stato u_1) oppure non abilitarli (come dovrebbe fare, se il primo evento fosse stato u_2).

In altre termini, le stringhe $u_1\alpha\gamma$ e $u_2\alpha\gamma$ hanno la medesima proiezione $\alpha\gamma$ e quindi sono indistinguibili per il P-supervisore, ma $u_1\alpha\gamma$ appartiene alla specifica, mentre $u_2\alpha\gamma$ non appartiene alla specifica.

[Inglese/English:

Consider a plant G with $\mathcal{L}(G) = \overline{\{u_1\alpha\gamma, u_1\alpha\beta, u_2\alpha\gamma\}}$, $E_c = E$, $E_{uo} = \{u_1, u_2\}$.

- (a) Write carefully the definitions of controllability and observability.
- (b) Write carefully the theorem for the existence of a supervisor under limited controllability and observability.
- (c) Let $K_1 = \overline{\{u_1\alpha\gamma, u_1\alpha\beta\}}$.
Does there exist a P-supervisor such that $\mathcal{L}(S_P/G) = K_1$? Answer by applying the previous existence theorem. Show all steps.
- (d) Let $K_2 = \overline{\{u_1\alpha\gamma, u_1\alpha\beta, u_2\alpha\gamma\}}$.
Does there exist a P-supervisor such that $\mathcal{L}(S_P/G) = K_2$? Answer by applying the previous existence theorem. Show all steps.

2. Una rete di Petri marcata e' specificata da una quintupla: (P, T, A, w, x) , dove P sono i posti, T le transizioni, A gli archi, w la funzione di peso sugli archi, e x il vettore di marcamento (numero di gettoni per posto). $I(t_i)$ indica l'insieme dei posti in ingresso alla transizione t_i , $O(t_j)$ indica l'insieme dei posti in uscita dalla transizione t_j .

Si consideri la rete di Petri P_{vzf16} definita da:

- $P = \{p_1, p_2, p_3\}$
- $T = \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$
- $A = \{(p_1, t_0), (p_1, t_1), (p_1, t_3), (p_2, t_2), (p_3, t_0), (p_3, t_2), (t_1, p_3), (t_2, p_3), (t_3, p_1), (t_3, p_2)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \ w(t_i, p_j) = 1$

Sia $x_0 = [1, 0, 0]$ la marcatura iniziale.

- (a) Si disegni il grafo della rete di Petri P_{vzf16} .
- (b) Si mostri l'albero di ricopribilita' della rete.
- (c) Si mostri il grafo di ricopribilita' della rete.
- (d) Si definisca la nozione di rete limitata. Questa rete e' limitata ? Si giustifichi la risposta.

Traccia di soluzione.

Una rete si dice limitata se esiste un numero intero finito k tale che in nessuna marcatura raggiungibile esiste un posto con piu' di k gettoni.

Questa rete non e' limitata (ω compare in alcuni posti).

- (e) Si definisca la nozione di rete sicura (1-limitata). Questa rete e' sicura ? Si giustifichi la risposta.

Una rete si dice sicura se in nessuna marcatura raggiungibile esiste un posto con piu' di 1 gettone.

A fortiori questa rete non e' sicura (non e' neppure limitata).

- (f) Si definiscano le nozioni di transizione L0-viva, L1-viva, L2-viva, L3-viva, L4-viva. Si classifichino tutte le transizioni della rete e si giustifichi la risposta.

Traccia di soluzione.

- i. t L0-viva (morta): dalla marcatura iniziale non esiste alcuna successione di scatti in cui t compare;
- ii. t L1-viva: dalla marcatura iniziale esiste una successione di scatti in cui t compare almeno 1 volta;
- iii. t L2-viva: per ogni intero positivo k , dalla marcatura iniziale esiste una successione di scatti in cui t compare almeno k volte;
- iv. t L3-viva: dalla marcatura iniziale esiste una successione di scatti in cui t compare un numero infinito di volte;
- v. t L4-viva: t e' L1-viva in ogni marcatura raggiungibile da quella iniziale.

- i. t_0 e' L0-viva;
- ii. t_1 e' L1-viva;
- iii. t_2 e' L2-viva;
- iv. t_3 e' L3-viva.

- (g) Si definiscano le nozioni di rete di Petri L0-viva, L1-viva, L2-viva, L3-viva, L4-viva. Si classifichi la rete e si giustifichi la risposta.

Traccia di soluzione.

Una rete di Petri e' Lk-viva se ogni sua transizione e' Lk-viva.

La rete in oggetto non e' neppure L1-viva (poiche' t_0 e' morta).

- (h) Si definisca la nozione di rete di Petri viva o non-bloccante. Questa rete e' viva ? Si giustifichi la risposta.

Traccia di soluzione.

Una rete di Petri e' viva se e' L4-viva, cioe' da ogni marcatura raggiunta per ogni transizione esiste una sequenza di scatti in cui compare quella transizione.

La rete in oggetto non e' viva (se t_1 scatta subito, dopo nessuna transizione puo' scattare).

- (i) E' sempre possibile decidere con il grafo o albero di ricopribilita' se una rete di Petri e' viva ? Si argomenti che e' sempre possibile o si mostri un controesempio.

Traccia di soluzione.

No. Ci sono controesempi nelle dispense. In particolare esistono coppie di reti di Petri che producono il medesimo grafo o albero di ricopribilita', ma sono rispettivamente l'una viva e l'altra no,

- (j) Si definisca il problema della raggiungibilita' in una rete di Petri. E' sempre possibile deciderlo con il grafo o albero di ricopribilita' ? Si argomenti che e' sempre possibile o si mostri un controesempio.

Traccia di soluzione.

No. Ci sono controesempi nelle dispense.

- (k) Talvolta e' necessario modellare in una rete di Petri il fatto che un posto abbia capacita' limitata, cioe' possa contenere al massimo un numero prefissato k di gettoni. Tuttavia tale limitazione a-priori non sarebbe consistente con la definizione della dinamica delle reti di Petri classiche. E' possibile simulare una rete di Petri con un posto p a capacita' limitata k per mezzo di una rete di Petri classica ?

Si mostri tale costruzione se esiste, o si argomenti che non e' possibile.

Traccia di soluzione.

Si voglia limitare a n la capacita' del posto p ,

Supponiamo che il posto p abbia i seguenti archi entranti e uscenti:

$(p, t'_1), \dots, (p, t'_m), (t_1, p), \dots, (t_l, p)$.

Si aggiunga un posto complementare p_n dove il numero di gettoni iniziali e' $n - x_0(p)$ e si definisca l'insieme di transizioni

$(p_n, t_1), \dots, (p_n, t_l), (t'_1, p_n), \dots, (t'_m, p_n)$ con pesi $w(p_n, t_i) = w(t_i, p), i = 1, \dots, l$ e $w(p, t'_i) = w(t'_i, p_n), i = 1, \dots, m$.

In questa rete di Petri modificata, si ha $x(p) + x(p_n) = n$. La costruzione e' piu' difficile da spiegare testualmente che da rappresentare graficamente, compito che si demanda al lettore.

[Inglese/English: A marked Petri net is specified by a quintuple: (P, T, A, w, x) , where P are the places, T the transitions, A the arcs, w the weight function on the arcs, and x the marking vector (number of tokens in each place). $I(t_i)$ indicates the set of places entering into the transition t_i , $O(t_j)$ indicates the set of places exiting from the transition t_j .

Consider the Petri net P_{vuf16} defined by:

- $P = \{p_1, p_2, p_3\}$
- $T = \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$
- $A = \{(p_1, t_0), (p_1, t_1), (p_1, t_3), (p_2, t_2), (p_3, t_0), (p_3, t_2), (t_1, p_3), (t_2, p_3), (t_3, p_1), (t_3, p_2)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \ w(t_i, p_j) = 1$

Let $x_0 = [1, 0, 0]$ be the initial marking.

- i. Draw the graph of the Petri net P_{vuf16} .
- ii. Show the coverability tree of the net.
- iii. Show the coverability graph of the net.
- iv. Write the definition of limited net. Is this Petri net limited ? Justify your answer.
- v. Write the definition of safe net (1-limited). Is this Petri net safe ? Justify your answer.
- vi. Write the definitions of L0-live, L1-live, L2-live, L3-live, L4-live transitions. Classify all the transitions of the Petri net and justify your answer.
- vii. Write the definitions of L0-live, L1-live, L2-live, L3-live, L4-live Petri net. Classify accordingly the Petri net and justify your answer.
- viii. Write the definition of live (or non-blocking) Petri net. Is this Petri net live ? Justify your answer.

- ix. Is it always possible to decide whether a Petri net is live by using the coverability graph or tree ? Provide an argument for yes or a counter-example for no.
- x. Define the reachability problem for a Petri net. Is it always possible to decide it with the coverability graph or tree ? Provide an argument for yes or a counter-example for no.
- xi. Sometimes we need to model in a Petri net the fact that a place has limited capacity, i.e., that it may contain at most a given number k of tokens. However such a-priori limitation would not be consistent with the definition of the dynamics of standard Petri nets. Is it possible to simulate a Petri net with a place p with finite capacity k by means of a standard Petri net ?
Show such a construction if it exists or argue that it cannot be done.

]