

Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche
Tiziano Villa

13 Febbraio 2018

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	18	
problema 2	12	
totale	30	

1. Si considerino i due seguenti automi definiti sull'alfabeto $E = \{a_1, a_2, b_1, b_2\}$.

Automa G (impianto):

- stati: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 con 0 stato iniziale e 8 unico stato accettante;
- transizione da 0 a 1: a_1 ,
transizione da 0 a 3: a_2 ,
transizione da 1 a 2: b_1 ,
transizione da 1 a 4: a_2 ,
transizione da 2 a 5: a_2 ,
transizione da 3 a 4: a_1 ,
transizione da 3 a 6: b_2 ,
transizione da 4 a 5: b_1 ,
transizione da 4 a 7: b_2 ,
transizione da 5 a 8: b_2 ,
transizione da 6 a 7: a_1 ,
transizione da 7 a 8: b_1 .

Automa H_a (specifica):

- stati: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 con 0 stato iniziale e 8 unico stato accettante;
- transizione da 0 a 1: a_1 ,
transizione da 0 a 3: a_2 ,
transizione da 1 a 2: b_1 ,
transizione da 1 a 9: a_2 ,
transizione da 2 a 5: a_2 ,
transizione da 3 a 4: a_1 ,
transizione da 3 a 6: b_2 ,
transizione da 4 a 7: b_2 ,
transizione da 5 a 8: b_2 ,
transizione da 6 a 7: a_1 ,
transizione da 7 a 8: b_1 ,
transizione da 9 a 5: b_1 .

(a) Si disegnano i grafi dei due automi.

Sia $E_c = E_o = E$.

Esiste un supervisore S_1 che realizza il linguaggio ammissibile H_a , cioè tale che $\mathcal{L}(S_1/G) = \mathcal{L}(H_a)$ e $\mathcal{L}_m(S_1/G) = \mathcal{L}_m(H_a)$?

Se sì, si proponga una strategia di controllo.

Traccia di soluzione.

Sì. La strategia di controllo è che nello stato 4 S_1 disabilita b_1 , nello stato 9 S_1 disabilita b_2 , altrimenti S_1 abilita tutti gli eventi previsti da G .

Essendo più formali, si potrebbe dimostrare che la condizione di controllabilità è vera, per cui esiste un supervisore S_1 tale che $\mathcal{L}(S_1/G) = \mathcal{L}(H_a)$; inoltre per definizione $\mathcal{L}_m(S_1/G) = \mathcal{L}(S_1/G) \cap \mathcal{L}_m(G)$, da cui $\mathcal{L}_m(S_1/G) = \mathcal{L}(H_a) \cap \mathcal{L}_m(G) = \mathcal{L}_m(H_a)$ (l'ultima uguaglianza deriva dalla definizione in questo esempio di H_a e G).

(b) Dati i linguaggi K e $M = \overline{M}$ sull'alfabeto E . Sia $E_{uc} \subseteq E$.

Si scriva la definizione di controllabilit  di K rispetto a M e E_{uc} .

(c) Sia $E_c = \{a_1, b_1\}$, $E_o = E$.

Siano $M = \mathcal{L}(G)$ e $K = \mathcal{L}_m(H_a)$.

K   controllabile rispetto a M e E_{uc} ?

Traccia di soluzione.

No.

- i. Si risponda a partire dalla definizione, cio  verificando se per tutte le stringhe vale il contenimento di linguaggi della definizione.

Traccia di soluzione.

Controesempio: sia $s = a_1a_2 \in \overline{K}$, allora $s\sigma = a_1a_2b_2 \in M, \notin \overline{K}$.

- ii. Si risponda costruendo l'automa prodotto $H_a \times G$ e applicando l'algoritmo relativo sull'automa prodotto.

Traccia di soluzione.

L'automa risultante sara' isomorfo ad H_a , a parte la ridenominazione degli stati: gli stati da 0 a 8 di H_a saranno ridenominati con le coppie corrispondenti da $(0, 0)$ a $(8, 8)$ e lo stato 9 sara' ridenominato come $(9, 4)$. Confrontando gl'insiemi di eventi attivi di $H_a \times G$ e G si ricava che: nello stato $(9, 4)$ l'evento b_2   disabilitato in $H_a \times G$ ma   abilitato in G , da cui si deduce che K non   controllabile dato che b_2 non puo' essere disabilitato.

- iii. Esiste un supervisore S_2 che realizza il linguaggio ammissibile H_a ?

Traccia di soluzione.

No, perche' non   verificata la condizione di controllabilit .

- (d) Si caratterizzi l'esistenza della controllabilit  in base a quali eventi sono controllabili o incontrollabili.

Traccia di soluzione.

Riprendendo dal punto precedente sulla controllabilit , si ricava anche che: nello stato $(4, 4)$ l'evento b_1   disabilitato in $H_a \times G$ ma   abilitato in G .

Dai due fatti si deduce che K   controllabile se e solo se E_{uc} non contiene ne' b_1 ne' b_2 .

(e) Sia $E_c = \{b_1, b_2\}$, $E_o = E$.

$K = \mathcal{L}_m(H_a)$ e' controllabile ?

Se si, si definisca una politica di controllo e si mostri un supervisore che la realizza.

Traccia di soluzione.

K e' controllabile per la caratterizzazione del punto precedente.

Quindi esiste un supervisore S tale che $\mathcal{L}(S/G) = \overline{K}$.

S disabilita b_2 nello stato 9 e b_1 nello stato 4.

Questo supervisore S puo' essere realizzato da un automa R che coincide esattamente con l'automata H_a tranne che tutti gli stati di R sono accettanti (o marcati), non solo lo stato 8 come in H_a . L'insieme di eventi attivi in uno stato di R raggiunto a partire dallo stato iniziale con la stringa s definisce l'azione di controllo $S(s)$ per ogni stringa $s \in \overline{K}$.

Automa R (realizzazione del supervisore S):

- stati: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 con 0 stato iniziale e tutti gli stati accettanti;
- transizione da 0 a 1: a_1 ,
transizione da 0 a 3: a_2 ,
transizione da 1 a 2: b_1 ,
transizione da 1 a 9: a_2 ,
transizione da 2 a 5: a_2 ,
transizione da 3 a 4: a_1 ,
transizione da 3 a 6: b_2 ,
transizione da 4 a 7: b_2 ,
transizione da 5 a 8: b_2 ,
transizione da 6 a 7: a_1 ,
transizione da 7 a 8: b_1 ,
transizione da 9 a 5: b_1 .

- (f) Si mostri una realizzazione ridotta (cioe' con meno stati) R_{rs} del supervisore R del punto precedente.

Traccia.

La realizzazione ridotta R_{rs} deve essere tale che $R_{rs} \times G = R \times G$, cioe' la minimizzazione di R deve essere relativa a mantenere invariante il suo prodotto con G (pur essendo R gia' minimizzato visto come automa singolo).

Traccia di soluzione.

Possiamo fondere gli stati 2, 5, 6, 7, 8 di R in uno stato solo di R_{rs} che denominiamo 10. L'insieme degli eventi attivi dello stato 10 e' $\{a_1, a_2, b_1, b_2\}$ definiti su un auto-anello di 10. Per il resto R_{rs} coincide con R . Non importa che l'insieme degli eventi attivi di 10 in R_{rs} sia maggiore di quello degli eventi attivi dei singoli stati corrispondenti di G poiche' abilitare un evento inattivo in G non ha conseguenze sul comportamento di G .

Automa R_{rs} (realizzazione ridotta del supervisore S):

- stati: 0, 1, 3, 4, 9, 10 con 0 stato iniziale e tutti gli stati accettanti;
- transizione da 0 a 1: a_1 ,
transizione da 0 a 3: a_2 ,
transizione da 1 a 10: b_1 ,
transizione da 1 a 9: a_2 ,
transizione da 3 a 4: a_1 ,
transizione da 3 a 10: b_2 ,
transizione da 4 a 10: b_2 ,
transizione da 9 a 10: b_1 ,
transizione da 10 a 10: a_1, a_2, b_1, b_2 .

2. Una rete di Petri marcata e' specificata da una quintupla: $\{P, T, A, w, x\}$, dove P sono i posti, T le transizioni, A gli archi, w la funzione di peso sugli archi, e x il vettore di marcamento (numero di gettoni per posto). $I(t_i)$ indica l'insieme dei posti in ingresso alla transizione t_i , $O(t_j)$ indica l'insieme dei posti in uscita dalla transizione t_j .

(a) Si consideri la rete di Petri P_{conf11} definita da:

- $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$
- $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$
- $A = \{(p_1, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (p_4, t_4), (t_1, p_2), (t_2, p_1), (t_3, p_4), (t_4, p_3)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \ w(t_i, p_j) = 1$

Sia $x_0 = [1, 0, 1, 0]$ la marcatura iniziale.

- i. Si disegni il grafo della rete di Petri P_{conf11} .

ii. Si disegnino il grafo di raggiungibilit  e il grafo di copertura della rete di Petri P_{conf1} .

Traccia della soluzione.

Per le soluzioni a questo esercizio, si veda l'allegato.

Si noti che in questo esercizio il grafo di copertura coincide sempre con il grafo di raggiungibilit , poich  lo spazio degli stati di tutti gli esempi   finito.

Confusioni piu' comuni da cui stare in guardia: grafo/albero, raggiungibilit /copertura.

(b) Si consideri la rete di Petri P_{conf12} definita da:

- $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$
- $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$
- $A = \{(p_1, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (p_4, t_4), (p_5, t_5), (t_1, p_2), (t_2, p_1), (t_3, p_4), (t_4, p_5), (t_5, p_3)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \ w(t_i, p_j) = 1$

Sia $x_0 = [1, 0, 1, 0, 0]$ la marcatura iniziale.

- i. Si disegni il grafo della rete di Petri P_{conf12} .

- ii. Si disegnino il grafo di raggiungibilit  e il grafo di copertura della rete di Petri P_{conf12} .

(c) Si consideri la rete di Petri P_{confl4} definita da:

- $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}$
- $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$
- $A = \{(p_1, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (p_4, t_4), (p_5, t_3), (p_6, t_2), (t_1, p_2), (t_1, p_5), (t_2, p_1), (t_3, p_4), (t_4, p_3), (t_4, p_6)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \ w(t_i, p_j) = 1$

Sia $x_0 = [1, 0, 1, 0, 0, 0]$ la marcatura iniziale.

- i. Si disegni il grafo della rete di Petri P_{confl4} .

- ii. Si disegnino il grafo di raggiungibilit  e il grafo di copertura della rete di Petri P_{conf14} .