

Esercizio 1

Dare la definizione induttiva di $FV(A)$ (insieme delle variabili libere nella formula A)

Esercizio 2

Dimostrare che se \sim è una relazione di equivalenza su A allora l'insieme quoziente A/\sim è una partizione di A .

Esercizio 3

Usando la definizione di interpretazione/valutazione per la logica proposizionale (non devono essere usate le tavole di verità) stabilire se, per ogni formula A , B e F , la formula

$(F \wedge \neg F) \rightarrow \neg((B \wedge \neg A) \vee \neg(F \rightarrow A))$ è una tautologia.

Esercizio 4

Sia $\leq \subseteq \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ la relazione standard di ordine totale tra numeri razionali. Si consideri la relazione $\varrho \subseteq (\mathbb{Q} \cup \{\sqrt{2}\}) \times (\mathbb{Q} \cup \{\sqrt{2}\})$ così definita:

$$\varrho = \{(y, z): y \in \mathbb{Q}, z \in \mathbb{Q} \text{ e } y \leq z\} \cup \{(\sqrt{2}, \sqrt{2})\} \cup \{(n, \sqrt{2}): n \in \mathbb{Q}\}$$

ϱ è una relazione d'ordine parziale?

Esercizio 5

Sia $I_n = \{0, \dots, n-1\}$ l'insieme dei primi n numeri naturali, si dimostri per induzione che $|P(I_n)| = 2^n$

Esercizio 6

Si esibisca un esempio di insieme parzialmente ordinato $(A, <)$ (definendo rigorosamente la relazione d'ordine $<$) tale che A ha elementi minimali ma non ha minimo.