

Sistemi a Eventi Discreti e Ibridi
Modello con automi e controllo supervisore applicato a un esempio
manifatturiero produttore-consumatore

Tiziano Villa, Matteo Zavatteri

Marzo 2022

L'esempio discusso in questa dispensa e' stato originalmente proposto in *P. J. Ramadge and W. M. Wonham, Supervisory Control of a Class of Discrete Event Processes, SIAM Journal on Control and Optimization, 1987 25:1, pag. 206-230*, e poi utilizzato negli esercizi 2.38 e 3.10 di *C. G. Cassandras and S. Lafortune. Introduction to Discrete Event Systems, Second Edition, 2008, Springer*.

1. Un processo manifatturiero utilizza due macchinari M_1 e M_2 e un buffer B posto tra loro. M_1 preleva da una fonte esterna illimitata un pezzo da lavorare per volta. Dopo che un pezzo e' stato lavorato da M_1 e' posto in B , la cui capacita' e' di un solo pezzo. Poi il pezzo e' prelevato da B da parte di M_2 e poi lavorato.

Si vuol costruire il modello con automi del sistema, tenendo conto dei seguenti fatti.

Ogni macchinario ha 3 stati, ad es. gli stati di M_1 sono: Iniziale₁ (stato iniziale), Attivo₁, Giu'₁ (ad esempio, per un guasto). Simmetricamente per M_2 .

Ogni macchinario ha 4 transizioni, ad es. le transizioni di M_1 sono: con l'evento Inizia₁ va dallo stato Iniziale₁ allo stato Attivo₁, con l'evento Finisci₁ va dallo stato Attivo₁ a quello Iniziale₁, con l'evento Guasto₁ va dallo stato Attivo₁ allo stato Giu'₁, con l'evento Ripara₁ va dallo stato Giu'₁ a quello Iniziale₁. Simmetricamente per M_2 .

Gli eventi sono indicati nelle figure come segue: Inizia_i = s_i , Finisci_i = e_i , Guasto_i = b_i , Ripara_i = r_i .

Gli stati sono indicati nelle figure come segue: Iniziale_i = I_i , Attivo_i = A_i , Giu'_i = D_i . Gli stati del buffer sono E (vuoto) e F (pieno, un pezzo).

- (a) Si costruiscano gli automi che modellano M_1 , M_2 e B .

Traccia di soluzione.

Gli automi M_1 , M_2 e B dell'impianto si trovano rispettivamente nelle Fig. 1, 2 e 3.

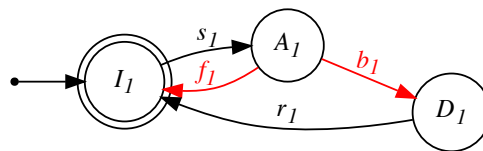


Figure 1: Automa M_1 .

- (b) Si effettui la composizione in parallelo $M_1 || M_2 || B$.

Traccia di soluzione.

L'automa della composizione $M_1 || M_2 || B$ si trova nella Fig. 4.

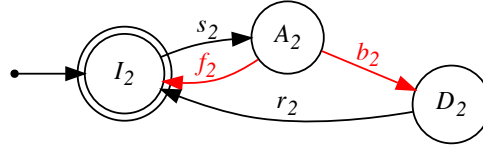


Figure 2: Automa M_2 .

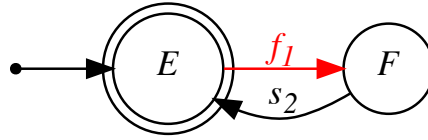


Figure 3: Automa B .

(c) Si restringa il comportamento del sistema composto con le seguenti specifiche:

- i. R_1 : M_1 può iniziare a lavorare un pezzo solo se il buffer è vuoto.
- ii. R_2 : M_2 può iniziare a lavorare un pezzo solo se il buffer è pieno.
- iii. R_3 : M_1 non può iniziare a lavorare un pezzo se M_2 è giù.
- iv. R_4 : Se entrambe le macchine sono giù, allora M_2 deve essere riparato per prima.

Si costruiscano gli automi delle specifiche R_1, R_2, R_3, R_4 .

Traccia di soluzione.

Gli automi delle specifiche R_1, R_2, R_3, R_4 si trovano rispettivamente nelle Fig. 5, 6, 7 e 8.

Si possono unificare le prime due specifiche R_1, R_2 in una specifica unica R_{12} e le due ultime specifiche R_3, R_4 in una specifica unica R_{34} , come mostrato dagli automi delle Figure 9 e 10. La costruzione degli automi che modellano le specifiche e l'impianto è un'arte per esprimere mediante automi i comportamenti voluti con costruzioni compatte e intelligibili.

(d) Si ottenga l'automa che rappresenta la composizione in parallelo di $M_1 || M_2 || B$

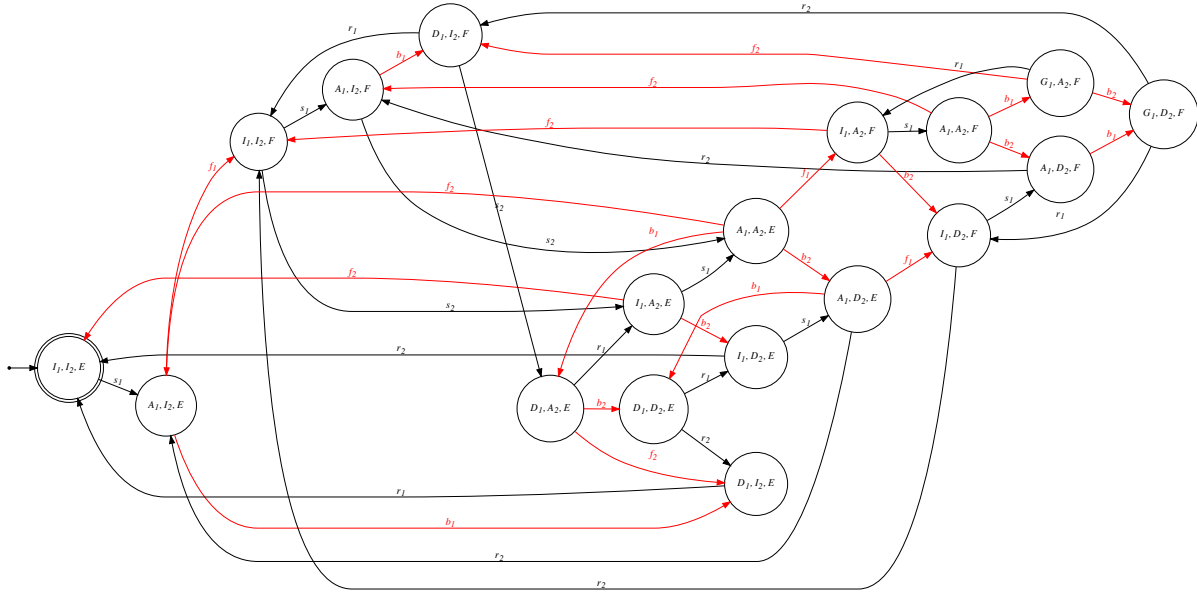


Figure 4: Automa $M_1||M_2||B$.

con gli automi delle specifiche precedenti R_1, R_2, R_3, R_4 . Tale automa deve generare un sottolinguaggio di $\mathcal{L}(M_1||M_2||B)$.

Traccia di soluzione.

L'automa della composizione $M_1||M_2||B||R_{1,2}||R_{3,4}$ si trova nella Fig. 11.

- (e) Si supponga che gli eventi Inizia_i e Ripara_i di ogni macchinario siano controllabili (cioe' possono essere abilitati o disabilitati). Per ogni stato dell'automa costruito al punto precedente s'indichino gli eventi che il controllore deve disabilitare per restringere il comportamento del sistema alle specifiche R_1, R_2, R_3, R_4 .

Traccia di soluzione.

Si veda la tabella delle azioni di controllo, dove ad ogni stato segue la quadrupla delle azioni di controllo ($\text{Inizia}_1, \text{Ripara}_1, \text{Inizia}_2, \text{Ripara}_2$). I valori 1, 0, — stanno rispettivamente per "abilita", "disabilita", "indifferente".

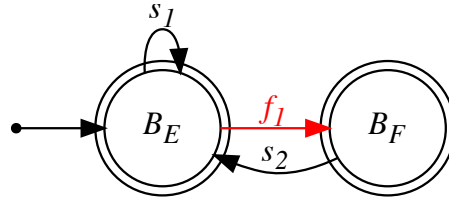


Figure 5: Automa R_1 .

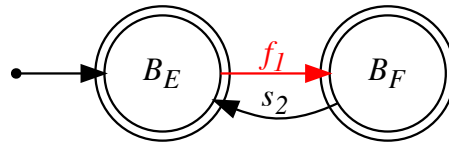


Figure 6: Automa R_2 .

Tabella delle azioni di controllo

- Stato 0 (I1,I2,E)** Controllo (1,-,0,-)
- Stato 1 (A1,I2,E)** Controllo (-,-,0,-)
- Stato 2 (I1,I2,F)** Controllo (0,-,1,-)
- Stato 3 (I1,A2,E)** Controllo (1,-,-,-)
- Stato 4 (I1,G2,E)** Controllo (0,-,-,1)
- Stato 5 (A1,A2,E)** Controllo (-,-,-,-)
- Stato 6 (I1,A2,F)** Controllo (0,-,-,-)
- Stato 7 (I1,G2,F)** Controllo (0,-,-,1)
- Stato 8 (A1,G2,E)** Controllo (-,-,-,1)
- Stato 9 (G1,G2,E)** Controllo (-,0,-,1)
- Stato 10 (G1,I2,E)** Controllo (-,1,0,-)
- Stato 11 (G1,A2,E)** Controllo (-,1,-,-)

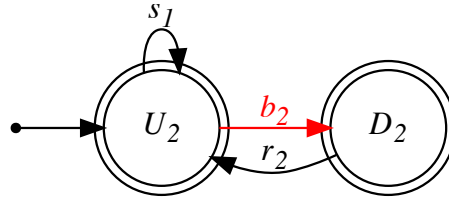


Figure 7: Automa R_3 .

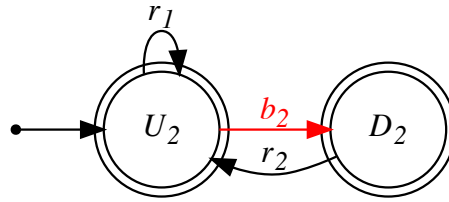


Figure 8: Automa R_4 .

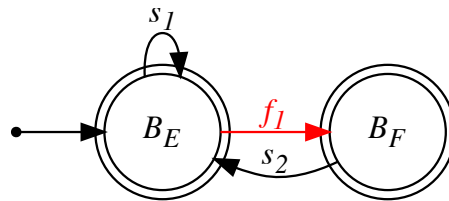


Figure 9: Automa R_{12} .

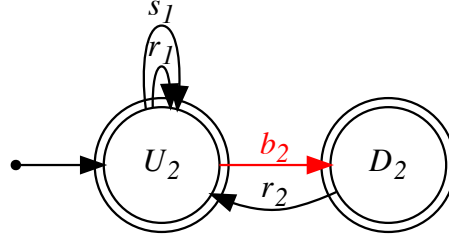


Figure 10: Automata $R_{3,4}$.

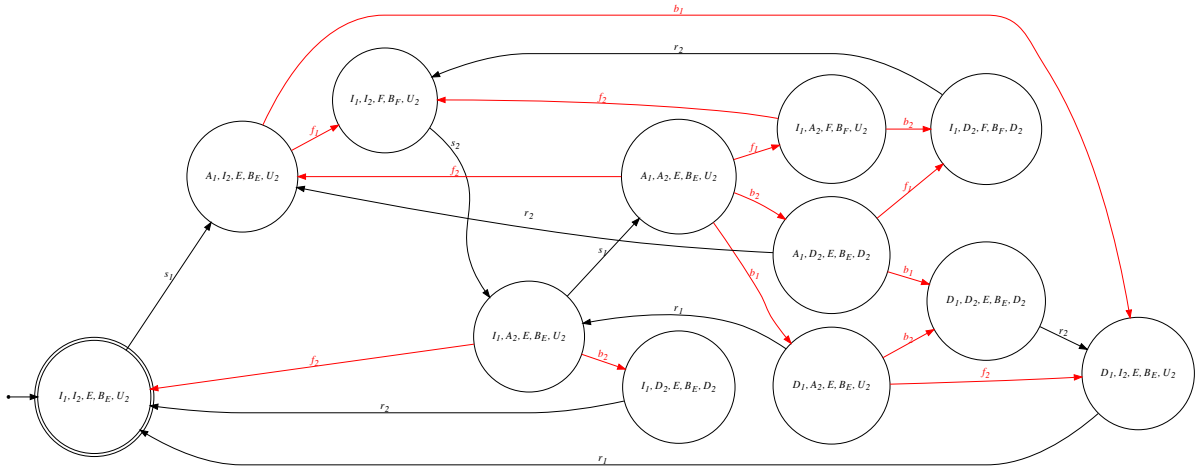


Figure 11: Automata $M_1 || M_2 || B || R_{1,2} || R_{3,4}$.

2. Si consideri il processo manifatturiero $G = M_1 || M_2$ ottenuto dalla composizione degli automi M_1 e M_2 descritti in precedenza, dove si assume che lo stato iniziale e' l'unico stato marcato di ogni macchinario. Si supponga che il buffer sia inizialmente vuoto.

Gli unici eventi controllabili dei due automi $M_i, i = 1, 2$ siano Inizia_i e Ripara_i .

Sia K_1 il linguaggio della specifica Spec_1 per cui o B e' vuoto o B contiene un solo pezzo da lavorare (cioe' ne' difetto ne' trabocco). K_1 corrisponde alla proprieta' R_2 del punto precedente (si potrebbe modellare K_1 anche con la proprieta' $R_{1,2}$ che unifica R_1 e R_2 , ma sarebbe piu' restrittiva del necessario, perche' ?).

Sia K_2 il linguaggio della specifica Spec_2 per cui se entrambi i macchinari sono giu', M_2 dovrebbe essere riparato per primo. K_2 corrisponde alla proprieta' R_4 del punto precedente.

(a) K_1 e' chiuso rispetto al prefisso ?

K_1 e' controllabile ? Si motivi in modo rigoroso la risposta.

Se la risposta e' si, si descriva la strategia di controllo.

Se la risposta e' no, si calcoli $K_1^{\uparrow C}$. Inoltre si confrontino $\overline{K_1^{\uparrow C}}$ e $\overline{K_1^{\uparrow C}}$.

Traccia di soluzione.

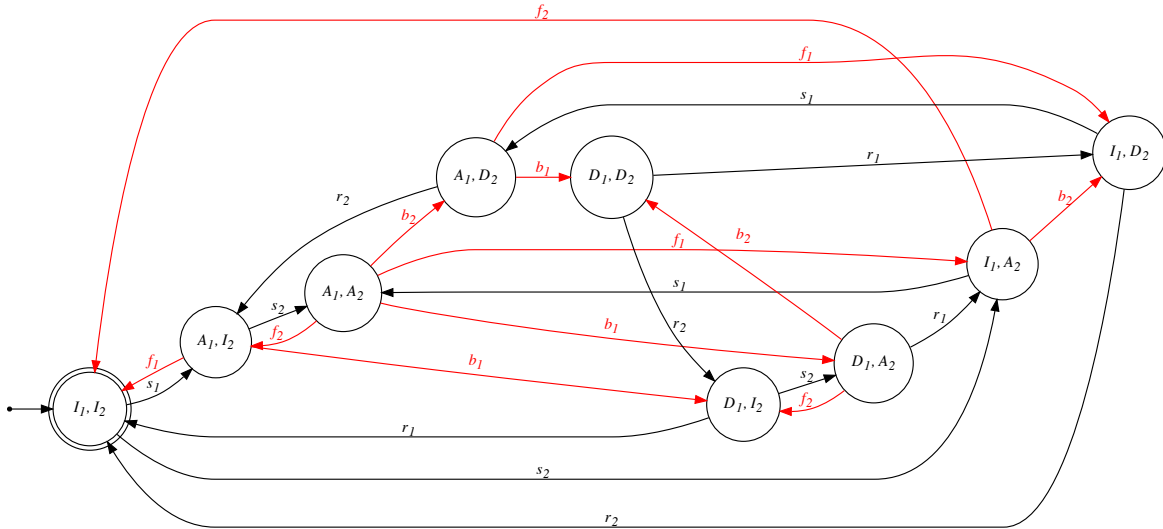


Figure 12: Automata $G = M_1 || M_2$.

Fig. 12 mostra l'automa $G = M_1 || M_2$.

$$K_1 = \mathcal{L}_m(G || Spec_1) = \mathcal{L}_m(M_1 || M_2 || R_2).$$

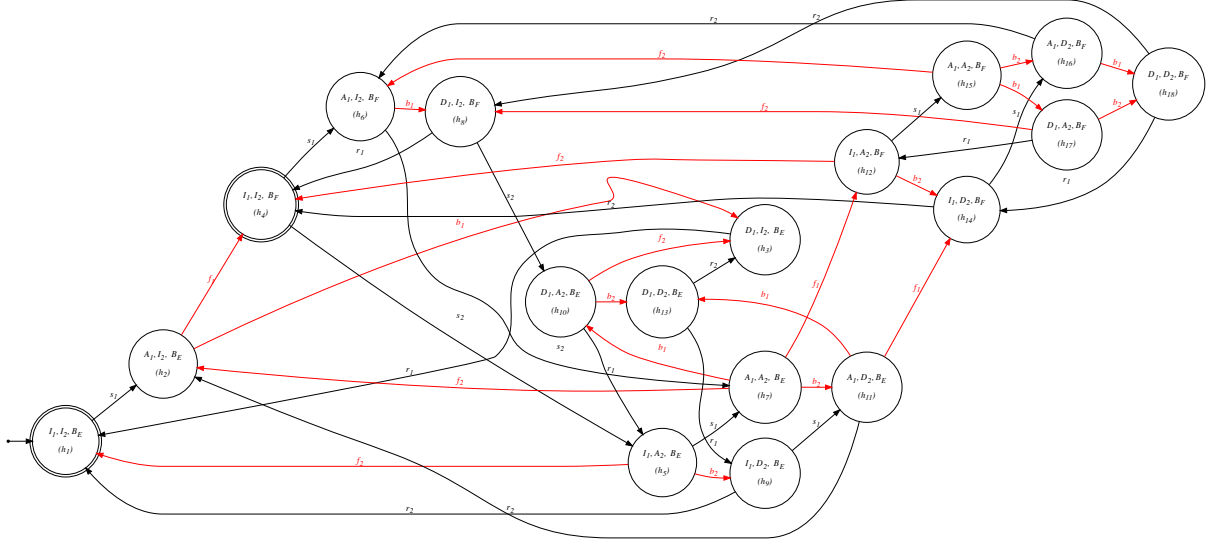


Figure 13: Automa $H_1 = G || R_2$ di K_1 .

Fig. 13 mostra l'automa $H_1 = G || R_2$ di K_1 , cioe' tale che $\mathcal{L}_m(H_1) = K_1$. Si vede per ispezione che K_1 non e' chiuso rispetto al prefisso.

K_1 non e' controllabile.

Intuitivamente, dato che non possiamo controllare gli eventi $Finisci_i$, non possiamo prevenire il trabocco del buffer quando esso e' pieno e ad esempio M_1 si trova nello stato Attivo₁.

Quindi il sottolinguaggio controllabile massimo $K_1^{\uparrow C}$ si ottiene disabilitando Inizia₁ quando M_1 si trova nello stato Iniziale₁ e il buffer e' pieno.

Ad es. si considerino gli eventi Inizia₁, Finisci₁ che riempiono il buffer, e poi subito in sequenza Inizia₁, Finisci₁ che fanno traboccare il buffer; in altri termini, dopo Inizia₁, Finisci₁ Inizia₁ per soddisfare R_2 dobbiamo disabilitare Finisci₁ che pero' non e' controllabile, per cui per non mandare l'impianto in questa situazione dopo Inizia₁, Finisci₁ bisogna disabilitare Inizia₁, restringendone il comportamento a un sottolinguaggio di K_1 in quanto K_1 non richiede che si disabiliti la seconda occorrenza di Inizia₁ ma solo la seconda occorrenza di Finisci₁, che non puo' avvenire prima di un'occorrenza di Inizia₂ per svuotare il buffer.

Se invece di R_2 si adottasse come specifica $R_{1,2}$, sarebbe controllabile ?

$K_1^{\uparrow C}$ si puo' calcolare applicando la procedura di rimozione degli stati illegali del prodotto della specifica e dell'impianto $G||H$ dove $\mathcal{L}(G) = M$ e $\mathcal{L}_m(H) = K_1$. Se almeno uno stato e' rimosso, allora K_1 non e' controllabile e al termine della procedura di rimozione si ottiene $K_1^{\uparrow C}$ (che potrebbe essere anche vuoto).

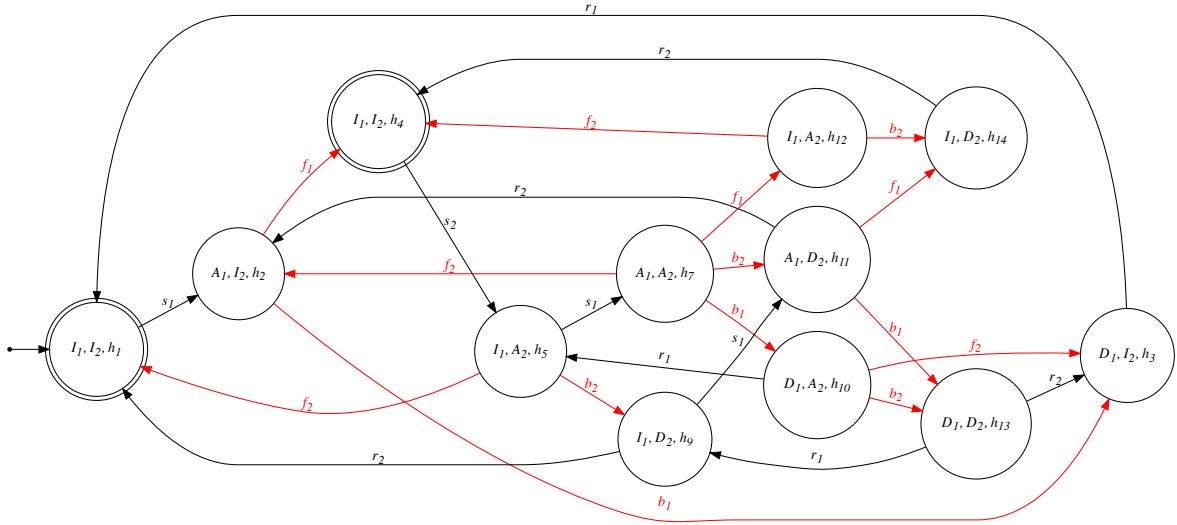


Figure 14: Automa supervisore S_1 di $K_1^{\uparrow C}$.

Fig. 14 mostra l'automa supervisore S_1 di $K_1^{\uparrow C}$, cioe' tale che $\mathcal{L}_m(S_1) = K_1^{\uparrow C}$.

(b) K_2 e' chiuso rispetto al prefisso ?

K_2 e' controllabile ? Si motivi in modo rigoroso la risposta.

Se la risposta e' si, si descriva la strategia di controllo.

Se la risposta e' no, si calcoli $K_2^{\uparrow C}$. Inoltre si confrontino $\overline{K_2^{\uparrow C}}$ e $\overline{K_2^{\uparrow C}}$.

Traccia di soluzione.

$$K_2 = \mathcal{L}_m(G||Spec_2) = \mathcal{L}_m(M_1||M_2||R_4).$$

Fig. 15 mostra l'automa $H_2 = G||R_4$ di K_2 , cioe' tale che $\mathcal{L}_m(H_2) = K_2$.

Si vede per ispezione che K_2 non e' chiuso rispetto al prefisso.

K_2 e' controllabile. Strategia di controllo: se entrambi i macchinari sono giu', si abilita Ripara₂ e al contempo si disabilita Ripara₁. Dopo che M_2 e' tornato su, si riabilita Ripara₁.

Fig. 16 mostra l'automa supervisore S_2 di $K_2^{\uparrow C} = K_2$, cioe' tale che

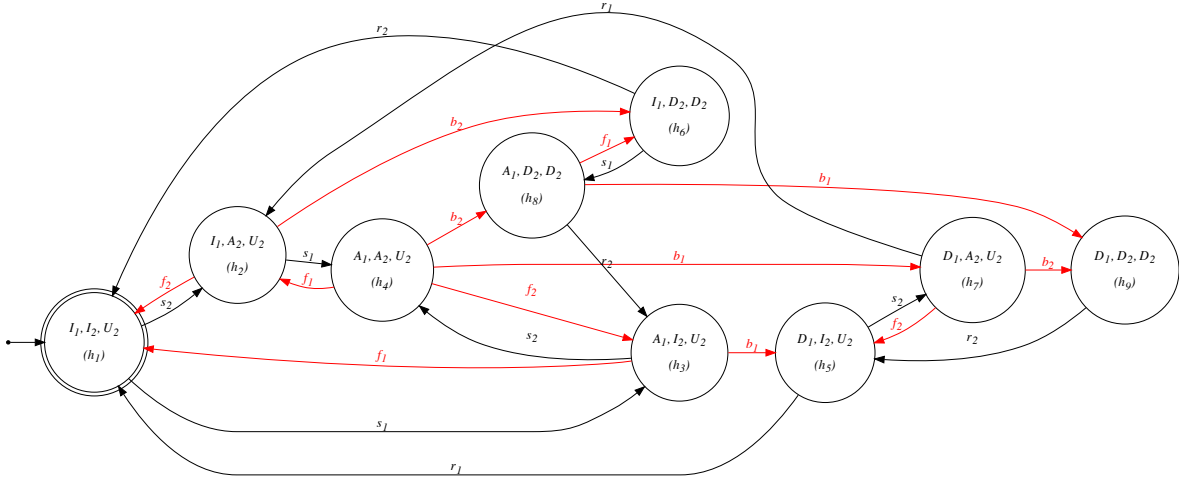


Figure 15: Automa $H_2 = G || R_4$ di K_2 .

$\mathcal{L}_m(S_2) = K_2^{\uparrow C} = K_2$. Si noti che per costruzione $S_2 = G || H_2 = G || G || R_4 = G || R_4 = H_2$.

- (c) Si ripeta (a), nell'ipotesi che lo stato iniziale ed unico stato marcato di G sia quello in cui M_1 e M_2 sono entrambi giu'.

Traccia di soluzione.

Sia la specifica K_3 .

Fig. 17 mostra l'automa H_3 di K_3 , cioe' tale che $\mathcal{L}_m(H_3) = K_3$.

K_3 non e' controllabile, intuitivamente per un ragionamento simile a quello per K_1 .

Applicando l'algoritmo del prodotto si ottiene $K_3^{\uparrow C}$.

Fig. 18 mostra l'automa supervisore S_3 di $K_3^{\uparrow C}$, cioe' tale che $\mathcal{L}_m(S_3) = K_3^{\uparrow C}$.

- (d) Si ripeta (c), ma per il linguaggio $\overline{K_3}$ invece di K_3 .

Traccia di soluzione.

Non controllabile: un linguaggio e' controllabile se e solo se lo e' la sua chiusura rispetto al prefisso.

- (e) Si confrontino $\overline{K_1}^{\uparrow C}$ e $\overline{K_1}^{\uparrow C}$.

Si confrontino $\overline{K_2}^{\uparrow C}$ e $\overline{K_2}^{\uparrow C}$.

Traccia di soluzione.

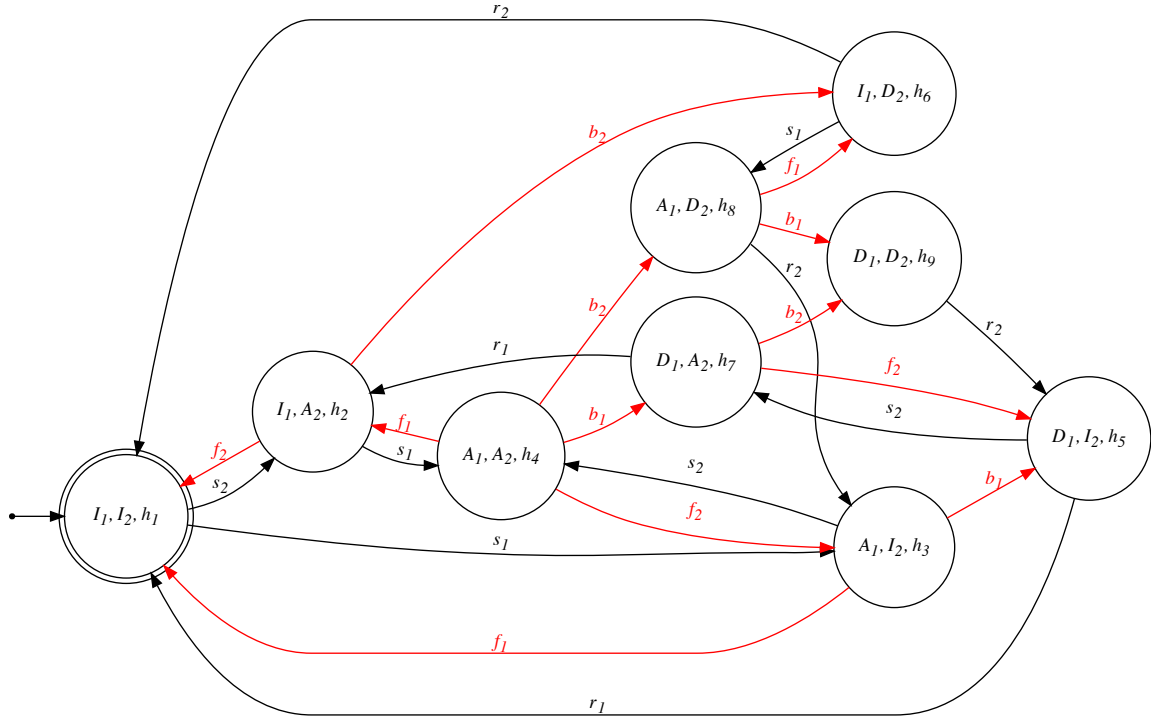


Figure 16: Automa supervisore S_2 di $K_2^{\uparrow C} = K_2$.

In generale $\overline{K}^{\uparrow C} \supseteq \overline{K^{\uparrow C}}$. Infatti si ha $\overline{K} \supseteq K$ e quindi (per monotonia di $\uparrow^C$) $\overline{K}^{\uparrow C} \supseteq K^{\uparrow C}$ e $\overline{K}^{\uparrow C} \supseteq \overline{K^{\uparrow C}}$; essendo $\overline{K}$ chiuso rispetto al prefisso anche $\overline{K}^{\uparrow C}$ e' chiuso rispetto al prefisso (proprietà di $\uparrow^C$) e quindi $\overline{K}^{\uparrow C} = \overline{K^{\uparrow C}}$ da cui $\overline{K}^{\uparrow C} = \overline{K}^{\uparrow C} \supseteq \overline{K^{\uparrow C}}$.

Negli esempi specifici si può verificare che $\overline{K}_i^{\uparrow C} = \overline{K_i^{\uparrow C}}, i = 1, 2$.

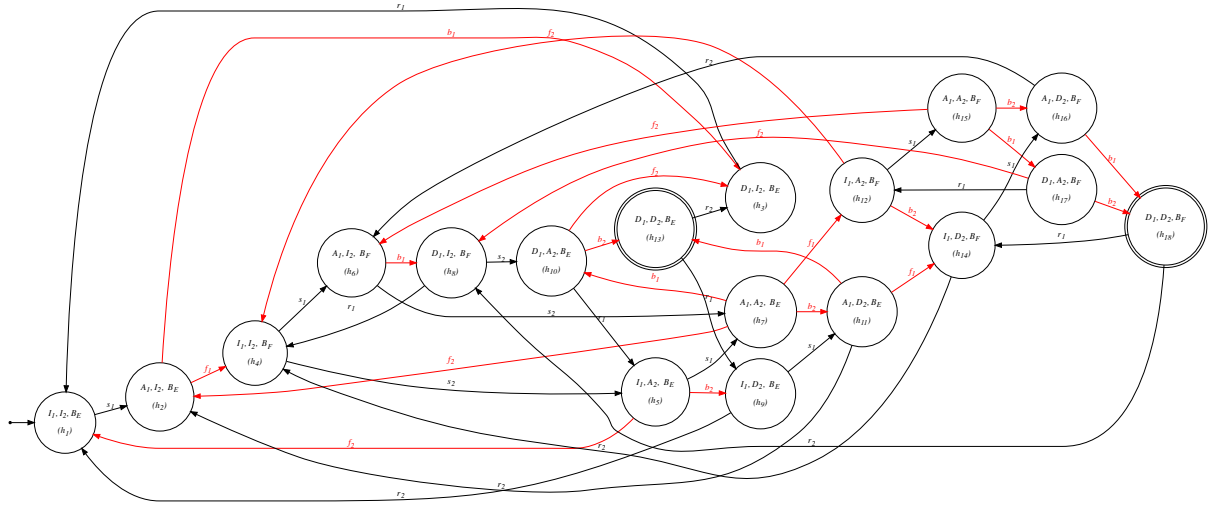


Figure 17: Automa H_3 di K_3 .

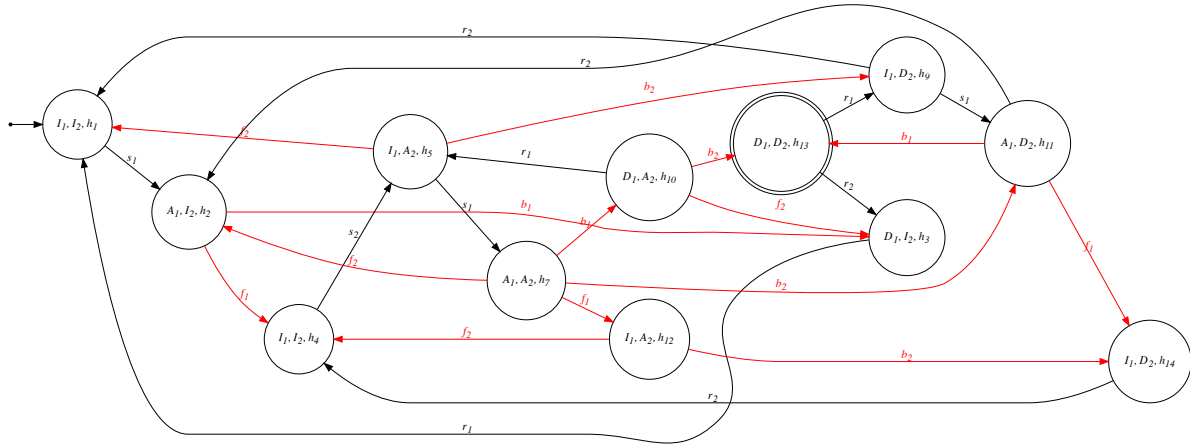


Figure 18: Automa supervisore S_3 di $K_3^{\uparrow C}$.