

Il appello Logica e Matematica Discreta
11 luglio 2013

Esercizio 1 (6 punti)

Dare la definizione di conseguenza logica $\Gamma \models A$.

Utilizzando la definizione si mostri che $A \vee B \models A \wedge B$

Esercizio 2 (6 punti)

Dare le definizioni di multigrafo orientato e di cammino hamiltoniano. Dare un esempio di un multigrafo finito con almeno 5 nodi che abbia un cammino hamiltoniano (individuando esplicitamente tale cammino).

Esercizio 3 (6 punti)

Dimostrare, usando la definizione di conseguenza logica, che $A, B, \neg A \models \neg B \wedge \neg D$

Esercizio 4 (6 punti)

Sia $\preccurlyeq \subseteq \mathbb{N} \setminus \{0\} \times \mathbb{N} \setminus \{0\}$ la relazione così definita

$m \preccurlyeq n$ sse $1/n \leq 1/m$ (dove \leq è l'ordine totale standard su \mathbb{Q}).

Dimostrare che la relazione \preccurlyeq è un ordine parziale su $\mathbb{N} \setminus \{0\}$.

Esercizio 5 (6 punti)

Sia $\sim \subseteq A \times A$ una relazione di equivalenza, si dimostri che $[a]_{\sim} = [b]_{\sim}$ sse $a \sim b$

Esercizio 6 (6 punti)

Sia data la funzione $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ così definita

$$f(0) = 5$$

$$f(n+1) = 5 + f(n)$$

Si dimostri per induzione che $\forall n \in \mathbb{N} \ f(n) \leq 6(n+1)$
