

**Il appello Logica e Matematica Discreta**  
**11 luglio 2013**

---

**Esercizio 1 (6 punti)**

Dare la definizione di conseguenza logica  $\Gamma \models A$ .

Utilizzando la definizione si mostri che  $A \vee B \models A \wedge B$

---

**Esercizio 2 (6 punti)**

Dare le definizioni di multigrafo orientato e di cammino hamiltoniano. Dare un esempio di un multigrafo finito con almeno 5 nodi che abbia un cammino hamiltoniano (individuando esplicitamente tale cammino).

---

**Esercizio 3 (6 punti)**

Dimostrare, usando la definizione di conseguenza logica, che  $A, B, \neg A \models \neg B \wedge \neg D$

---

**Esercizio 4 (6 punti)**

Sia  $\preccurlyeq \subseteq \mathbb{N} \setminus \{0\} \times \mathbb{N} \setminus \{0\}$  la relazione così definita

$m \preccurlyeq n$  sse  $1/n \leq 1/m$  (dove  $\leq$  è l'ordine totale standard su  $\mathbb{Q}$ ).

Dimostrare che la relazione  $\preccurlyeq$  è un ordine parziale su  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ .

---

**Esercizio 5 (6 punti)**

Sia  $\sim \subseteq A \times A$  una relazione di equivalenza, si dimostri che  $[a]_{\sim} = [b]_{\sim}$  sse  $a \sim b$

---

**Esercizio 6 (6 punti)**

Sia data la funzione  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  così definita

$$f(0) = 5$$

$$f(n+1) = 5 + f(n)$$

Si dimostri per induzione che  $\forall n \in \mathbb{N} \ f(n) \leq 6(n+1)$

---