EX1 Studiare, se $\exists$, $\lim_{x\to 0} f(x)$ e se f è continua in $x=0$ ove

a) $f(x) = \sqrt{-x^3-x^2} = \sqrt{-x^2(x+1)}$

b) $f(x) = \dfrac{\sin^2 x}{1-\cos x}$

Def Sia $f: A\subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in A$

Se x_0 è un punto isolato di $A \Rightarrow f$ è continua in x_0

Se x_0 è di accumulazione per $A \Rightarrow f$ è continua in x_0 se

$\exists \lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$.

a) Sia $f(x) = \sqrt{-x^2(x+1)}$

$A = \{x\in\mathbb{R}: x \leq -1\} \cup \{0\}$

$x_0 = 0$ è un punto isolato di $A \Rightarrow \nexists \lim_{x\to 0} f(x)$ e f è continua in x_0

b) Sia $f(x) = \dfrac{\sin^2 x}{1-\cos x}$

$A = \mathbb{R} \setminus \{2k\pi : k\in\mathbb{Z}\}$

$x_0 = 0 \notin A \Rightarrow f$ non è continua in $x_0 = 0$

$x_0 = 0$ è di accumulazione per A

$$\frac{\sin^2 x}{1-\cos x} = \frac{\sin^2 x}{x^2} \cdot \frac{x^2}{1-\cos x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x} = 2$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} = 1$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} \cdot \frac{x^2}{1-\cos x} = 2$$

EX 1 fila B