Esercizio 1

Definire induttivamente P[t/x] (sostituizione di tutte le occorrenze libere di x nella formula P con il termine t)

Esercizio 2

Sia F una partizione di A e $\sim_F$ la relazione su A definita da $a \sim_F b$ sse esiste $X \in F$ tale che $a, b \in F$. Dimostrare che $\sim_F$ è una relazione di equivalenza.

Esercizio 3

Usando la definizione di interpretazione/valutazione per la logica proposizionale (non devono essere usate le tavole di verità) stabilire se, per ogni formula A, B e F, la formula

$(\neg(A\wedge \neg A))\vee \neg((B\wedge \neg A) \vee\neg(\neg F \vee A))$ è una tautologia.

Esercizio 4

Sia $\leq \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ la relazione standard di ordine totale tra numeri reali. Si consideri la relazione $\varrho \subseteq (\mathbb{R} \cup\{\sqrt{-1}\}) \times (\mathbb{R} \cup\{\sqrt{-1}\})$ così definita:

$\varrho = \{(y, z): y \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R} \text{ e } y \leq z\} \cup \{(\sqrt{-1}, \sqrt{-1})\} \cup \{(r, \sqrt{-1}): r \in \mathbb{R}\}$

ϱ è una relazione d'ordine parziale?

Esercizio 5

Sia $A \subseteq \mathbb{Q}$ e $|A| \neq \aleph_0$, si dimostri per induzione che $|P(A)| = 2^{|A|}$

Esercizio 6

Si esibisca un esempio di insieme parzialmente ordinato (A,<) (definendo rigorosamente la relazione d'ordine <) tale che A sia infinito e ogni sottoinsieme di A ha estremo superiore.