

Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche
Tiziano Villa

28 Febbraio 2020
Recupero 15 Maggio 2020

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	30	
totale	30	

1. (a) Si definisca la nozione di equivalenza tra macchine a stati finiti deterministiche M_1 e M_2 .

Traccia di risposta.

Per ogni segnale d'ingresso (segnale = successione d'ingressi) M_1 e M_2 producono lo stesso segnale d'uscita.

- (b) Si definisca la nozione di bisimulazione tra macchine a stati finiti deterministiche.

Traccia di risposta.

Esiste una relazione R tale che gli stati iniziali di M_1 e M_2 sono nella relazione R e, per tutti gli stati p di M_1 e q di M_2 nella relazione R , per ogni ingresso, p e q producono la medesima uscita e i loro stati futuri sono anch'essi nella relazione R .

- (c) Si enunci il teorema sulla relazione tra equivalenza e bisimulazione per macchine a stati finiti deterministiche.

Traccia di risposta.

Due macchine a stati finiti deterministiche M_1 e M_2 sono equivalenti se

e solo se c'è una bisimulazione tra M_1 e M_2 .

(d) Si considerino le due macchine a stati finiti seguenti:

Macchina M' :

- stati: s'_1, s'_2 con s'_1 stato iniziale;
- transizione da s'_1 a s'_1 : \bullet/\perp ,
transizione da s'_1 a s'_2 : $\bullet/0$,
transizione da s'_2 a s'_2 : $\bullet/\perp, \bullet/0, \bullet/1$.

Macchina M'' :

- stati: s''_1, s''_2 con s''_1 stato iniziale;
- transizione da s''_1 a s''_1 : $\bullet/0, \bullet/\perp$,
transizione da s''_1 a s''_2 : $\bullet/0$,
transizione da s''_2 a s''_2 : $\bullet/\perp, \bullet/0, \bullet/1$.

Si risponda in ordine alle seguenti domande (si indichi sempre il numerale romano in ogni risposta):

i. Si disegnino i diagrammi di transizione delle due macchine.

ii. Si classifichino le macchine rispetto al determinismo.

Traccia di risposta.

M' e' pseudo-nondeterministica.

M'' e' nondeterministica, ma non pseudo-nondeterministica.

iii. Si derivino i comportamenti (successioni d'ingressi/successioni d'uscite) prodotti dalle due macchine e li si confrontino.

Traccia di risposta.

Per descrivere i comportamenti si possono usare le espressioni regolari, es. le uscite di M' sono $\perp^*0\{\perp, 0, 1\}^*$ e le uscite di M'' sono $\{0, \perp\}^*0\{\perp, 0, 1\}^*$. $\text{Comportamenti}(M') = \text{Comportamenti}(M'')$. Per dimostrarlo uno potrebbe riscrivere le espressioni regolari sfruttando identita' valide per esse oppure sfruttare il risultato dei punti successivi (vedi ultima risposta).

iv. Si trovi una simulazione di M' da parte di M'' , se esiste.

Traccia di risposta.

M'' simula M' come mostrato dalla relazione $R = \{(s'_1, s''_1), (s'_2, s''_2)\}$.

v. Si trovi una simulazione di M'' da parte di M' , se esiste.

Traccia di risposta.

M' simula M'' come mostrato dalla relazione $R = \{(s''_1, s'_1), (s''_1, s'_2), (s''_2, s'_2)\}$.

vi. Si trovi una bisimulazione tra le due macchine, se esiste.

Traccia di risposta.

Non c'è una bisimulazione perché l'unione delle due precedenti relazioni non è simmetrica, dato che non è presente la coppia (s_2', s_1'') . Per avere una dimostrazione diretta che non esiste una bisimulazione, si ipotizzi che M'' giochi per primo da s_1'' con l'autonello $\bullet/0$, cui M' risponde con l'unica transizione $\bullet/0$ da s_1' a s_2' . Ora si scambino i ruoli e si chieda a M' di giocare per primo; se M' sceglie l'autonello con $\bullet/1$, M'' non può controbattere perché da s_1'' non ci sono transizioni con $\bullet/1$.

vii. Si mostri un esempio di due macchine a stati finiti minimizzate equivalenti, ma non isomorfe.

Traccia di risposta. Le due macchine M' e M'' sono un tale esempio.

viii. Si commentino i risultati precedenti.

Traccia di risposta.

Le due macchine M' e M'' sono un esempio di macchine a stati finiti nondeterministiche equivalenti e minimizzate, ma non isomorfe; in altri termini, esse mostrano che non esiste un'unica macchina a stati finiti nondeterministica che realizza il sistema originale con il minimo numero di stati.

Si noti che dal fatto che M' simula M'' e M'' simula M' non si può dedurre che c'è una bisimulazione tra M' e M'' (perché non è detto che valga la simmetria, come non vale nell'esempio precedente), mentre ovviamente l'esistenza di una bisimulazione tra M' e M'' implica che M' simula M'' e M'' simula M' .

Dal fatto che M' simula M'' e viceversa consegue che M' è equivalente a M'' (è una condizione sufficiente, ma non necessaria), e questo dimostra l'affermazione di equivalenza al punto iii. che sarebbe stata ben più difficile da dimostrare affrontandola come un problema di equivalenza tra espressioni regolari (trasformandole con delle identità). Trattandosi di una condizione solo sufficiente, dal fatto che non fosse vero che M' simula M'' o M'' simula M' non si potrebbe dedurre che M' non è equivalente a M'' .