

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 07/07/2017

Traccia A

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
- la mediana e la moda;
- la varianza;
- la simmetria, commentandola brevemente.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
1	15	15	15,00	0,0000	0,0000	1	15
3	20	60	6,67	1,0986	21,9722458	9	180
11	33	363	3,00	2,3979	79,130544	121	3993
12	32	384	2,67	2,4849	79,5170	144	4608
	<b>100</b>	<b>822</b>	<b>27,33</b>	<b>5,9814</b>	<b>180,6198</b>		<b>8796</b>

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{822}{100} = 8,2200$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{100}{27,3} = 3,6585$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{180,6198}{100} = 1,8062 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 6,0873$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{50^\circ} = < \text{mediana} = < X_{51^\circ} : me = 11$$

$$\text{moda} = 11$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 8796/100 - 8,22^2 = 20,3916$$

d) *Misuro la simmetria della distribuzione con il coefficiente Skewness di Pearson:*

$$Sk = (M(X) - \text{moda}) / \sigma(X) = -0,6156$$

La distribuzione presenta una asimmetria a sinistra.

## ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>
3	25	75	9	625
5	42	210	25	1764
6	55	330	36	3025
12	78	936	144	6084
<b>26</b>	<b>200</b>	<b>1551</b>	<b>214</b>	<b>11498</b>

Sui dati presentati in tabella calcolare i parametri della retta interpolante  $Y'=a+bX$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{26}{4} = 6,5$$

$$M(Y) = \frac{200}{4} = 50$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{1551}{4} - 6,5 * 50 = 62,7500$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{214}{4} - 6,5^2 = 11,2500$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{62,75}{11,25} = 5,5778$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 50 - (5,5778) * 6,5 = 13,7444$$

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. di Poisson con parametro:

$$m = 1,4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)	Media = m = 1,4
0	0,2466	Varianza = m = 1,4
1	0,3452	
2	0,2417	
3	0,1128	
4 e oltre	0,0537	

## ESERCIZIO 4 - LAB

# CALCOLO MEDIA, MEDIANA, PRIMO E TERZO QUARTILE, MINIMO E MASSIMO:  
summary(rates.month)

# CALCOLO IL NUMERO DI ELEMENTI DEL DATABASE:  
length(rates.month)

# CREO IL GRAFICO BOXPLOT:  
boxplot(rates.month)

## ESERCIZIO 5 - LAB

# CREO IL VETTORE DELLE X:  
k=c(0:4)

# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE DI POISSON:  
dpois(k, 1.4)

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 07/07/2017

Traccia B

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.
- la simmetria, commentandola brevemente.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
2	15	30	7,50	0,6931	10,3972	4	60
5	25	125	5,00	1,6094	40,2359478	25	625
9	56	504	6,22	2,1972	123,044576	81	4536
11	24	264	2,18	2,3979	57,5495	121	2904
	<b>120</b>	<b>923</b>	<b>20,90</b>	<b>6,8977</b>	<b>231,2272</b>		<b>8125</b>

**a) Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:**

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{923}{120} = 7,6917$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{120}{20,9} = 5,7405$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{231,2272}{120} = 1,9269 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 6,8681$$

**b) Calcolo della mediana e della moda:**

$$X_{60^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{61^\circ} : \text{me} = 9$$

$$\text{moda} = 9$$

**c) Calcolo della varianza:**

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 8125/120 - 7,6917^2 = 8,5466$$

**d) Misuro la simmetria della distribuzione con il coefficiente Skewness di Pearson:**

$$Sk = (M(X) - \text{moda}) / \sigma(X) = -0,4475$$

La distribuzione presenta una asimmetria a sinistra.

## ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>
29	84	2436	841	7056
25	75	1875	625	5625
21	63	1323	441	3969
12	38	456	144	1444
<b>87</b>	<b>260</b>	<b>6090</b>	<b>2051</b>	<b>18094</b>

Sui dati presentati in tabella calcolare i parametri della retta interpolante  $Y'=a+bX$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{87}{4} = 21,75$$

$$M(Y) = \frac{260}{4} = 65$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{6090}{4} - 21,75 * 65 = 108,7500$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{2051}{4} - 21,75^2 = 39,6875$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{108,75}{39,6875} = 2,7402$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 65 - (2,7402) * 21,75 = 5,4016$$

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. di Poisson con parametro:

$$m = 1,6$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)	Media = m = 1,6
0	0,2019	Varianza = m = 1,6
1	0,3230	
2	0,2584	
3	0,1378	
4 e oltre	0,0788	

## ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CALCOLO MEDIA, MEDIANA, PRIMO E TERZO QUARTILE, MINIMO E MASSIMO:  
summary(sales)
```

```
# CALCOLO IL NUMERO DI ELEMENTI DEL DATABASE:  
length(sales)
```

```
# CREO IL GRAFICO BOXPLOT:  
boxplot(sales)
```

## ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:  
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE DI POISSON:  
dpois(k, 1.6)
```

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 07/07/2017

Traccia C

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.
- la simmetria, commentandola brevemente.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
3	25	75	8,33	1,0986	27,4653	9	225
6	51	306	8,50	1,7918	91,3797329	36	1836
8	43	344	5,38	2,0794	89,4159863	64	2752
13	31	403	2,38	2,5649	79,5134	169	5239
	<b>150</b>	<b>1128</b>	<b>24,59</b>	<b>7,5348</b>	<b>287,7745</b>		<b>10052</b>

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1128}{150} = 7,5200$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{150}{24,6} = 6,0993$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{287,7745}{150} = 1,9185 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 6,8107$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{75^\circ} = \text{mediana} = X_{76^\circ} : me = 6$$

$$\text{moda} = 6$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 10052/150 - 7,52^2 = 10,4629$$

d) *Misuro la simmetria della distribuzione con il coefficiente Skewness di Pearson:*

$$Sk = (M(X) - \text{moda}) / \sigma(X) = 0,4699$$

La distribuzione presenta una asimmetria a destra.

## ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>
23	46	1058	529	2116
20	38	760	400	1444
16	26	416	256	676
11	10	110	121	100
<b>70</b>	<b>120</b>	<b>2344</b>	<b>1306</b>	<b>4336</b>

Sui dati presentati in tabella calcolare i parametri della retta interpolante  $Y'=a+bX$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{70}{4} = 17,5$$

$$M(Y) = \frac{120}{4} = 30$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{2344}{4} - 17,5 * 30 = 61,0000$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{1306}{4} - 17,5^2 = 20,2500$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{61}{20,25} = 3,0123$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 30 - (3,0123) * 17,5 = -22,7160$$

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. di Poisson con parametro:

$$m = 1,8$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)	Media = m = 1,8
0	0,1653	Varianza = m = 1,8
1	0,2975	
2	0,2678	
3	0,1607	
4 e oltre	0,1087	

## ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CALCOLO MEDIA, MEDIANA, PRIMO E TERZO QUARTILE, MINIMO E MASSIMO:  
summary(customers)
```

```
# CALCOLO IL NUMERO DI ELEMENTI DEL DATABASE:  
length(customers)
```

```
# CREO IL GRAFICO BOXPLOT:  
boxplot(customers)
```

## ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:  
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE DI POISSON:  
dpois(k, 1.8)
```

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 07/07/2017

Traccia D

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.
- la simmetria, commentandola brevemente.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
1	63	63	63,00	0,0000	0,0000	1	63
6	21	126	3,50	1,7918	37,6269489	36	756
10	44	440	4,40	2,3026	101,313744	100	4400
15	72	1080	4,80	2,7081	194,9796	225	16200
	<b>200</b>	<b>1709</b>	<b>75,70</b>	<b>6,8024</b>	<b>333,9203</b>		<b>21419</b>

**a) Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:**

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1709}{200} = 8,5450$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{200}{75,7} = 2,6420$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{333,9203}{200} = 1,6696 \quad Mg(X) = e^{1,6651} = 5,3101$$

**b) Calcolo della mediana e della moda:**

$$X_{100}^{\circ} = < \text{mediana} = < X_{101}^{\circ} : \text{me} = 10$$

$$\text{moda} = 15$$

**c) Calcolo della varianza:**

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 21419/200 - 8,545^2 = 34,0780$$

**d) Misuro la simmetria della distribuzione con il coefficiente Skewness di Pearson:**

$$Sk = (M(X) - \text{moda}) / \sigma(X) = -1,1058$$

La distribuzione presenta una asimmetria a sinistra.

## ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>
15	36	540	225	1296
18	44	792	324	1936
25	60	1500	625	3600
31	80	2480	961	6400
<b>89</b>	<b>220</b>	<b>5312</b>	<b>2135</b>	<b>13232</b>

Sui dati presentati in tabella calcolare i parametri della retta interpolante  $Y'=a+bX$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{89}{4} = 22,25$$

$$M(Y) = \frac{220}{4} = 55$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{5312}{4} - 22,25 * 55 = 104,2500$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{2135}{4} - 22,25^2 = 38,6875$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{104,25}{38,6875} = 2,6947$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 55 - (2,6947) * 22,25 = -4,9564$$

## ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. di Poisson con parametro:

$$m = 1,1$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)	Media = m = 1,1
0	0,3329	Varianza = m = 1,1
1	0,3662	
2	0,2014	
3	0,0738	
4 e oltre	0,0257	

## ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CALCOLO MEDIA, MEDIANA, PRIMO E TERZO QUARTILE, MINIMO E MASSIMO:  
summary(revenues)
```

```
# CALCOLO IL NUMERO DI ELEMENTI DEL DATABASE:  
length(revenues)
```

```
# CREO IL GRAFICO BOXPLOT:  
boxplot(revenues)
```

## ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:  
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE DI POISSON:  
dpois(k, 1.1)
```